

**Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy**  
**LXXV Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 2016 r.**

**Część I**

**Matematyka finansowa**

**WERSJA TESTU A**

---

**Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:**

.....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Spółka ma do uregulowania zapadające w latach  $n = 1,2,3,4$  zobowiązania w walucie obcej o kwocie 20 000 EUR każde. W celu zapewnienia finansowania tych zobowiązań Spółka zakupiła obligację kuponową denominowaną w PLN o nominale 4 mln PLN, płacącą na koniec roku kupony na poziomie 2% nominalu. Kurs wymiany PLN do EUR wynosi 4.

Zgodnie z wewnętrzną polityką zarządzania ryzykiem Spółki dodatkowy wymóg kapitałowy związany z ryzykiem kursowym  $WK_T$  wyznaczany jest na każdą z chwil  $T = 0,1,2,3$  jako zdyskontowana kwota strat, wynikających z nagłego i trwałego (do końca okresu) wzrostu kursu wymiany o 25% począwszy od chwili  $T$ . W całym okresie projekcji bazowy kurs wymiany zakładany jest na poziomie 4.

Koszt utrzymywania takiego dodatkowego kapitału Spółka w chwili  $T = 0$  szacuje jako:

$$CoC \cdot \sum_{m=0}^3 (1 + r_{PLN})^{-m} WK_m,$$

gdzie  $CoC$  jest pewną stopą kosztu kapitału, a  $r_{PLN}$  – polską stopą wolną od ryzyka.

Alternatywnie, w chwili  $T = 0$  Spółka może zabezpieczyć ryzyko kursowe zawierając kontrakt *currency swap*, na mocy, którego, za początkową opłatą, stałe przepływy w wysokości 80 000 PLN zostaną zamienione na wypłaty w wysokości 20 000 EUR.

Kontrahent kontraktu nie pobiera dodatkowych marży i wycenia kontrakt zakładając stały kurs wymiany na poziomie 4 oraz stałe, roczne stopy wolne od ryzyka na poziomie  $r_{PLN} = 2.406\%$  w Polsce oraz  $r_{EUR} = 1.500\%$  w strefie EUR.

Proszę określić, dla jakiego poziomu stopy  $CoC$ , koszt zawarcia kontraktu *currency swap* jest najbliższy kosztowi utrzymywania dodatkowego kapitału na ryzyko walutowe.

- A) 4.0%
- B) 4.5%
- C) 5.0%
- D) 5.5%
- E) 6.0%

2. Niech  $T_0 = 0$ . Rozważmy rynek Blacka-Scholesa, na którym nie ma możliwości arbitrażu.

Na rynku dostępne są niepłacące dywidendy akcje  $\mathcal{A}$  o cenie  $S_{T_0} = 95$  oraz europejskie opcje kupna i sprzedaży. Inwestor, kupując lub krótko sprzedając opcje, zbudował portfel, który w chwili  $T_1 = 2$  zapewni następującą wypłatę:

$$W(S_{T_1}) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } S_{T_1} < 50 \text{ lub } S_{T_1} > 150 \\ S_{T_1} - 50 & \text{gdy } S_{T_1} \geq 50 \text{ i } S_{T_1} < 100 \\ 150 - S_{T_1} & \text{gdy } S_{T_1} \geq 100 \text{ i } S_{T_1} \leq 150 \end{cases}$$

Roczna stopa wolna od ryzyka na rynku wynosi  $r = 2\%$ , natomiast współczynnik zmienności cen akcji równy jest  $\sigma = 20\%$ .

Jaką wartość będzie miał parametr grecki delta dla tak zbudowanego portfela (proszę podać najbliższą wartość)?

- A) 0.0
- B) 0.1
- C) 0.2
- D) 0.3
- E) 0.4

3. Załóżmy, że linia lotnicza musi zakupić  $(7 - k) \cdot 1000$  baryłek ropy na koniec każdego miesiąca  $6k$  począwszy od chwili obecnej dla  $k = 1, \dots, 6$ . Aby zabezpieczyć się przed ryzykiem zmian ceny ropy linia lotnicza zakupuje kontrakt *swap*, na mocy, którego linia lotnicza będzie płaciła stałą cenę za baryłkę ropy równą  $c$  – w momentach jej dostawy. Proszę wyznaczyć  $c$  (podać najbliższą odpowiedź) zakładając dla  $k = 1, \dots, 6$ , niższe ceny *forward* na baryłkę ropy ( $F_{0,6k}$ ) oraz ceny obligacji zerokuponowych o nominałach 100 i terminie wykupu za  $6k$  miesięcy ( $B_{0,6k}$ ). Proszę podać najbliższą wartość.

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$
$F_{0,6k}$	60	62	64	66	68	70
$B_{0,6k}$	98.92	97.66	96.22	94.63	92.88	90.98

- A) 62.76
- B) 63.26
- C) 63.76
- D) 64.26
- E) 64.76

4. Rozważmy portfel zbudowany z długich pozycji w wygasających za rok europejskich opcjach kupna i europejskich opcjach sprzedaży wystawionych na niepłacącą dywidendy akcję spółki  $S$ , z ceną wykonania 40 dla obydwu rodzajów tych opcji. W chwili obecnej cena opcji kupna wynosi 3, a opcji sprzedaży 6. Załóżmy, że cena akcji spółki  $S$  za rok ma rozkład jednostajny na przedziale  $[20,60]$ . Przy jakim udziale opcji kupna (mierzonym wartością środków zainwestowanych w opcje kupna) portfel ten ma najmniejszą wariancję rocznej stopy zwrotu? Proszę podać najbliższą wartość.

- A) 20%
- B) 25%
- C) 30%
- D) 35%
- E) 40%

5. Wiadomo, że w chwili 0 cena obligacji zerokuponowej zapadającej w chwili  $T > 0$  wynosi:

$$P(0, T) = \exp(-0.1T).$$

Wiadomo ponadto, że krzywa stóp spot ma postać  $R(0, s) = 0.1$ , dla  $0 \leq s < 1$ . Następnie, dla  $s \geq 1$  z prawdopodobieństwem  $q > 0$  opisuje ją funkcja

$$R(1, s) = 0.1 + f(s),$$

zaś z prawdopodobieństwem  $1 - q$  opisuje ją funkcja

$$R(1, s) = 0.1 - f(s),$$

dla pewnej ustalonej funkcji  $f(s) > 0$ , dla  $s > 1$ . Wiedząc, że  $f(3) = 0.05$  oraz, że rynek nie dopuszcza arbitrażu wyznaczyć wartość  $f(5)$  (proszę podać najbliższą odpowiedź):

- A) 0
- B) 0.025
- C) 0.075
- D) 1
- E)  $+\infty$

6. Rozważmy dwa ciągle strumienie płatności  $\alpha$  i  $\beta$ , o intensywnościach  $\alpha(t) = t^2$ ,  $t \geq 0$  oraz  $\beta(t) = t^3$ ,  $t \geq 0$ . Intensywność oprocentowania jest stała i wynosi  $\delta > 0$ . Oznaczmy przez  $MacD_\alpha(t, \delta)$  *Macaulay Duration* w chwili  $t$  dla strumienia płatności  $\alpha$ , a przez  $MacD_\beta(t, \delta)$  *Macaulay Duration* w chwili  $t$  dla strumienia płatności  $\beta$ . Wówczas:

- A)  $MacD_\beta(0, \delta)/MacD_\alpha(0, \delta) = \delta$
- B)  $MacD_\alpha(0, \delta)/MacD_\beta(0, \delta) = \delta$
- C)  $MacD_\alpha(0, \delta)/MacD_\beta(0, \delta) = 1$
- D)  $MacD_\beta(0, \delta)/MacD_\alpha(0, \delta) = 4/3$
- E)  $MacD_\alpha(0, \delta)/MacD_\beta(0, \delta) = 4/3$

7. Kredyt o wartości 350 000 będzie spłacany równymi ratami płatnymi na koniec każdego miesiąca, przez okres 20 lat. Nominalna roczna stopa kredytu wynosi  $i^{(3)} = 9\%$ , przy okresie kapitalizacji odsetek równym 4 miesiące.

Niech  $M$  oznacza numer raty, w której pierwszy raz wartość spłaty kapitału będzie większa od wartości odsetek, a  $N$  numer raty, w której pierwszy raz wartość spłaty kapitału będzie co najmniej czterokrotnie większa od wartości odsetek. Proszę obliczyć sumę  $M + N$ .

- A) 355
- B) 356
- C) 357
- D) 358
- E) 359

8. Dwa kredyty, każdy w wysokości 200 000 są spłacane przy użyciu stałej wielkości wpłat dokonywanych do funduszu umorzeniowego (*sinking fund*) oraz odsetek płatnych na bieżąco. Wpłaty do funduszu umorzeniowego oraz płatności odsetek dokonywane są na koniec roku. Oprocentowanie kredytów wynosi 12% w skali roku.

W przypadku pierwszego kredytu spłata następuje w okresie 5 lat, a wysokość odsetek netto uzyskanych w okresie spłaty wynosi 81 835, w drugim przypadku spłata trwa 10 lat a wysokość odsetek netto wynosi 161 927. Odsetki netto to różnica pomiędzy odsetkami zapłaconymi a odsetkami zakumulowanymi w funduszu.

Wiedząc, że w obu przypadkach stopa zwrotu funduszu umorzeniowego jest taka sama, obliczyć jej wartość (proszę podać najbliższą wartość):

- A) 10.0 %
- B) 10.2%
- C) 10.4%
- D) 10.6%
- E) 10.8%

9. Fundusz oszczędnościowo-rozliczeniowy funkcjonuje w sposób następujący:

- na początku pierwszego roku działalności funduszu dokonywana jest pierwsza wpłata w kwocie  $S$ ,
- na końcu każdego roku dokonywana jest wypłata w wysokości 10% aktualnego stanu funduszu,
- na początku każdego roku, począwszy od drugiego roku działalności, dokonywana jest wpłata do funduszu w wysokości 10 000,
- stopa procentowa funduszu wynosi 7%.

Wiadomo, że łączna kwota wypłacona z funduszu w okresie pierwszych 15 lat funkcjonowania wynosi 166 133.

Obliczyć ile wynosi  $S$  (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 56 000
- B) 57 000
- C) 58 000
- D) 59 000
- E) 60 000

10. Zasady spłaty kredytu, oprocentowanego na poziomie 9%, są następujące:

- okres spłaty wynosi 25 lat,
- raty są płatne na końcu każdego roku,
- raty płatne w okresie pierwszych 10 lat mają jednakową wartość,
- raty płatne w okresie ostatnich 15 lat również mają jednakową wartość.

Wiedząc, że odsetki zapłacone w 8 racie wyniosą 17 934, a stosunek wartości spłaty kapitału dokonanej w 13 racie do wartości spłaty kapitału dokonanej w 3 racie wznosi 0.824, obliczyć wartość udzielonego kredytu (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 250 000
- B) 260 000
- C) 270 000
- D) 280 000
- E) 290 000

**Dystrybuanta rozkładu normalnego  $N(0,1)$** 

<b>z</b>	<b>0.00</b>	<b>0.01</b>	<b>0.02</b>	<b>0.03</b>	<b>0.04</b>	<b>0.05</b>	<b>0.06</b>	<b>0.07</b>	<b>0.08</b>	<b>0.09</b>
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

# Egzamin dla aktuariuszy 05/12/2016

## Matematyka Finansowa

---

### Klucz odpowiedzi

Wersja A	
1	B
2	A
3	B
4	C
5	B
6	D
7	E
8	D
9	A
10	B

Wersja B	
1	B
2	A
3	B
4	C
5	B
6	D
7	E
8	D
9	A
10	B