

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy
LXXVI Egzamin dla Aktuariuszy z 12 czerwca 2017 r.

Część I
Matematyka finansowa

WERSJA TESTU A

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

.....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Spółka ma do uregulowania zapadające w chwilach $n = 1, 2, 3, 4$ zobowiązania w walucie obcej o kwocie 30 000 EUR każde. W celu zapewnienia finansowania tych zobowiązań Spółka zakupiła obligację kuponową denominowaną w PLN o nominale 4.32 mln PLN, płacącą na koniec roku kupony na poziomie 2.5% nominału. Kurs wymiany PLN do EUR wynosi 3.6.

Zgodnie z wewnętrzną polityką zarządzania ryzykiem Spółki dodatkowy wymóg kapitałowy związany z ryzykiem kursowym WK_T wyznaczany jest na każdą z chwil $T = 0, 1, 2, 3$ jako zdyskontowana kwota strat, wynikających z nagłego i trwałego (do końca okresu) wzrostu kursu wymiany o 25% począwszy od chwili T . W całym okresie projekcji bazowy kurs wymiany zakładany jest na poziomie 3.6.

Koszt utrzymywania takiego dodatkowego kapitału Spółka w chwili $T = 0$ szacuje jako:

$$CoC \cdot \sum_{m=0}^3 (1 + r_{PLN})^{-m} WK_m,$$

gdzie CoC jest pewną stopą kosztu kapitału, a r_{PLN} – polską stopą wolną od ryzyka.

Alternatywnie, w chwili $T = 0$ Spółka może zabezpieczyć ryzyko kursowe zawierając kontrakt *currency swap*, na mocy którego, za początkową opłatą stałą przepływy w wysokości 108 000 PLN zostaną zamienione na wypłaty w wysokości 30 000 EUR.

Kontrahent kontraktu nie pobiera dodatkowych marży i wycenia kontrakt zakładając stały kurs wymiany na poziomie 3.6 oraz stałe, roczne stopy wolne od ryzyka na poziomie $r_{PLN} = 3.00\%$ w Polsce oraz $r_{EUR} = 2.54\%$ w strefie EUR.

Proszę określić, dla jakiego poziomu stopy CoC , koszt zawarcia kontraktu *currency swap* jest najbliższy kosztowi utrzymywania dodatkowego kapitału na ryzyko walutowe.

- A) 1.8%
- B) 2.3%
- C) 2.8%
- D) 3.3%
- E) 3.8%

2. Niech $T_0 = 0$. Rozważmy rynek Blacka-Scholesa, na którym nie ma możliwości arbitrażu. Na rynku dostępne są niepłacące dywidendy akcje \mathcal{A} o cenie $S_{T_0} = 100$ oraz europejskie opcje kupna na akcję \mathcal{A} o dwuletnim terminie realizacji. Parametr grecki *delta* (pochodna funkcji ceny opcji po cenie instrumentu bazowego) dla tej opcji wynosi 0.4887, a parametr grecki *rho* (pochodna funkcji ceny opcji po stopie wolnej od ryzyka) wynosi 87.7466. Proszę podać cenę europejskiej opcji kupna na akcję \mathcal{A} (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 5.0
- B) 5.5
- C) 6.0
- D) 6.5
- E) 7.0

3. Cena rynkowa P pewnego instrumentu finansowego spełnia równanie różniczkowe:

$$\frac{dP}{di} = v^4 \left(-\frac{2}{v} - 333 \right),$$

gdzie v jest czynnikiem dyskontującym dla stopy $i = YTM$. Wartość P tego instrumentu dla $i = YTM = 4\%$ wynosi 110.6. Wartość P tego instrumentu dla $i = YTM = 3\%$ wynosi (proszę podać najbliższą wartość):

- A) 113.5
- B) 113.3
- C) 113.1
- D) 112.9
- E) 112.7

4. Dane są dwa fundusze Φ i Ψ , takie, że zakumulowana wartość wpłaconej w chwili 0 kwoty 1 wynosi:

- $3 + 4t$, $t > 0$, w przypadku funduszu Φ ,
- $1 + t^2$, $t > 0$, w przypadku funduszu Ψ .

Wartość $T > 0$, dla której intensywność oprocentowania $\delta_{\Phi}(T)$ dla funduszu Φ jest równa intensywności oprocentowania $\delta_{\Psi}(T)$ dla funduszu Ψ , wynosi (proszę podać najbliższą wartość):

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{4}{5}$
- E) $\frac{5}{6}$

5. Fundusz inwestycyjny założono w chwili $t = 0$ z wpłatą początkową równą 1. Stan funduszu w chwili t wynosi $A(t)$. Na rachunek dokonywane są w sposób ciągły wpłaty z roczną intensywnością:

$$a(t) = \frac{1}{1 + \frac{1}{3A(t)}}.$$

Ciągła intensywność oprocentowania środków na rachunku wynosi:

$$\delta_t = \frac{1}{1 + 3A(t)}.$$

Ile wynosi stan funduszu w chwili $t = 1$ (proszę podać najbliższą wartość)?

- A) 2.1
- B) 2.3
- C) 2.5
- D) 2.7
- E) 2.9

6. Na rynku Blacka-Scholesa akcja A ma cenę PLN 100. W skali roku oczekiwany zwrot wynosi $\mu = 2.5\%$, natomiast współczynnik zmienności $\sigma = 5\%$. Proszę wyznaczyć 90% przedział ufności dla ceny akcji A za 6 miesięcy (proszę podać najbliższą odpowiedź).

- A) (95.5 – 107.3)
- B) (94.5 – 108.3)
- C) (93.5 – 109.3)
- D) (92.5 – 110.3)
- E) (91.5 – 111.3)

7. Kredyt o wartości D będzie spłacony w ciągu 20 lat, ratami płatnymi w odstępach rocznych, przy czym wiadomo, że:

- pierwsza rata o wartości R zostanie zapłacona po upływie roku lat od dnia przyznania kredytu,
- w okresie pierwszych 10 lat każda następną ratą jest zwiększona do poprzedniej o d ,
- w ostatnich 10 latach wszystkie raty są sobie równe,
- stosunek sumarycznej kwoty odsetek zapłaconych w całym okresie spłaty kredytu do sumarycznej kwoty odsetek zapłaconych w ostatnich 10 latach spłaty wynosi k ,
- stopa oprocentowania wynosi i , a odpowiadający jej czynnik dyskontowy równy jest v .

Proszę wskazać, który z poniższych wzorów wyraża stosunek wartości odsetek zapłaconych w 6 racie do wartości odsetek zapłaconych w 12 racie.

$$A) \frac{(10R + 45d - D) \cdot (v^5 - v^{15}) + (10k - 10 + ka_{\overline{10}|}) \cdot (R - Rv^5 - 5d + 10dv^5 - da_{\overline{5}|})}{(10R + 45d - D) \cdot (1 - v^9)}$$

$$B) \frac{(10R + 45d - D) \cdot (v^5 - v^{10}) + (10k + 10 - ka_{\overline{10}|}) \cdot (R + Rv^5 - 5d + 10dv^5 + da_{\overline{5}|})}{(10R + 45d - D) \cdot (1 - v^9)}$$

$$C) \frac{(10R + 45d - D) \cdot (v^5 - v^{15}) + (10k - 10 - ka_{\overline{10}|}) \cdot (R - Rv^5 + 5d - 10dv^5 + da_{\overline{5}|})}{(10R + 45d - D) \cdot (1 - v^9)}$$

$$D) \frac{(10R + 45d - D) \cdot (v^{10} - v^{15}) + (10k + 10 - ka_{\overline{10}|}) \cdot (R + Rv^5 + 5d - 10dv^5 - da_{\overline{5}|})}{(10R + 45d - D) \cdot (1 - v^9)}$$

$$E) \frac{(10R + 45d - D) \cdot (v^5 - v^{15}) + (10k + 10 - ka_{\overline{10}|}) \cdot (R - Rv^5 - 5d + 10dv^5 + da_{\overline{5}|})}{(10R + 45d - D) \cdot (1 - v^9)}$$

8. Kredyt hipoteczny oprocentowany na poziomie 7%, będzie spłacany w okresie 30 lat ratami płatnymi na końcu każdego roku.

Pierwsza rata jest równa 31 080, a każda następna jest mniejsza od poprzedniej o Q .

Wiadomo że:

- spłata kapitału dokonana w 2 racie jest równa 2.1% pierwotnego zadłużenia,
- sumaryczna wartość odsetek zapłaconych w ostatnich 10 latach okresu spłaty stanowi 19.1% pierwotnego zadłużenia.

Proszę obliczyć, jaka jest wartość Q (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 340
- B) 350
- C) 360
- D) 370
- E) 380

9. Zobowiązania firmy inwestycyjnej wymagają dokonywania wypłat przez okres 20 lat. Wypłaty te będą płacone w wysokości A na końcu każdego roku przez najbliższe 10 lat oraz w wysokości B na końcu każdego roku przez kolejne 10 lat. Firma na pokrycie powyższych zobowiązań zakupiła 18-letnią obligację o wartości nominalnej 20, ze stałym kuponem o wartości 1.25 wypłacanym na końcu każdego roku.

Wiedząc, że stopa procentowa wynosi 3.5%, a różnica pomiędzy *duration* powyższych aktywów i pasywów wynosi 1.67, proszę obliczyć wartość sumy $A + B$ (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 3.2
- B) 3.4
- C) 3.6
- D) 3.8
- E) 4.0

10. Kredyt hipoteczny o wartości 400 000, oprocentowany na poziomie 7%, miał być spłacany w okresie 25 lat równymi ratami płatnymi na końcu każdego roku.
- Zaraz po zapłaceniu 10 raty kredytobiorca dokonał dodatkowej wpłaty spłacając część aktualnego zadłużenia.
- Kredytobiorca uzgodnił z bankiem, że dalsze spłaty kredytu będą dokonywane przez następne 15 lat ratami płatnymi na końcu roku, przy czym raty będą się zmniejszać co roku o 2%, począwszy od drugiej raty płatnej w tym okresie.
- Wiadomo, że suma zapłaconych odsetek w ratach płatnych na końcu roku w latach od 8 do 15, licząc od dnia przyznania kredytu, wyniosła 158 205. Proszę obliczyć, jaka była wysokość dodatkowej wpłaty na końcu 10 roku (proszę podać najbliższą wartość).

- A) 31 000
- B) 32 000
- C) 33 000
- D) 34 000
- E) 35 000

Dystrybuanta rozkładu normalnego $N(0,1)$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

Egzamin dla aktuariuszy 12/06/2017

Matematyka Finansowa

Klucz odpowiedzi

Wersja A	
1	A
2	A
3	A
4	A
5	A
6	A
7	C
8	B
9	E
10	A

Wersja B	
1	A
2	A
3	A
4	A
5	A
6	A
7	A
8	C
9	B
10	E