

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXX Egzamin dla Aktuariuszy

Sesja egzaminacyjna w dniu 4 marca 2019r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas trwania egzaminu: 100 minut

Zadanie 1.

Polskie tablice trwania życia publikowane przez GUS podają dla mężczyzny w wieku $x = 28$ następujące dane:

$$l_x = 98417, l_{x+1} = 98310, l_{x+2} = 98197, l_{x+3} = 98079.$$

Oblicz ${}_3p_x$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,99567
- (B) 0,99657
- (C) 0,99756
- (D) 0,99765
- (E) 1,00000

Zadanie 2.

Dla życia $(x) = 98$ wylosowanego z pewnej populacji, dane są następujące wielkości:

$p_{98} = 0,9$, $q_{100} = 1$, $e_x = 1,7550$ oraz $a_x = 1,6919$.

Przy jakiej stopie technicznej obliczone zostało a_x ? Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 1,5%
- (B) 2,0%
- (C) 2,5%
- (D) 3,0%
- (E) 3,5%

Zadanie 3.

W pewnej populacji, dla $(x) = 40$ wiemy, że $q_x = 0,003$ oraz dla $k = 1, \dots, 9$ ${}_k p_x = (1 - 0,003)^{k-1} \times p_x$. Proszę obliczyć aktuarialną wartość 10-cio letniej renty życiowej płatnej rocznie z góry $\ddot{a}_{x:\overline{10}|}$ przy założeniu rocznej stopy procentowej $i = 2\%$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 9,004
- (B) 9,014
- (C) 9,024
- (D) 9,034
- (E) 9,044

Zadanie 4.

Dane są dla $(x) = 35$ następujące wielkości: $A_{x:\overline{15}|}^1 = 0,0401$, $\ddot{a}_{x:\overline{15}|} = 12,8949$,
 $\ddot{a}_{x:\overline{10}|} = 9,0807$.

Proszę obliczyć składkę brutto za 15-letnie ubezpieczenie terminowe na życie (x) , ze stałą sumą ubezpieczenia 125 000 zł, przy założeniu iż składka brutto płacona jest rocznie z góry przez 10 lat. Koszty administrowania ponoszone przez zakład ubezpieczeń są w każdym roku stałe i wynoszą 36 zł. Prowizja dla pośrednika jest stała w każdym roku i wynosi 10% składki brutto. Dodatkowo do wyżej wymienionych kosztów, zakład ponosi koszty pobrania składki („premium collection fee”) w wysokości 1% każdej składki.

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 476,78 zł
- (B) 526,84 zł
- (C) 576,96 zł
- (D) 628,02 zł
- (E) 677,04 zł

Zadanie 5.

Dany jest techniczny rachunek brutto zysków i strat zakładu ubezpieczeń, gdzie brutto oznacza iż nie jest uwzględniony udział reasekuratora.

<u>Rachunek zysków/strat (zł)</u>	
Składka przypisana	212 700 000
Koszty akwizycji	15 950 000
Koszty administracyjne	25 520 000
Świadczenia brutto	134 000 000
<u>Zmiana stanu rezerw</u>	<u>12 760 000</u>
Zysk/strata brutto	24 470 000

Portfel zakładu ubezpieczeń składa się z rocznie odnawialnych umów ubezpieczenia na życie (w każdą rocznicę ubezpieczenia zakład proponuje klientom nową składkę przeliczoną zgodnie z aktualnym wiekiem osoby ubezpieczonej). Zakład tworzy wyłącznie rezerwę składki oraz rezerwy na niewypłacone odszkodowania i świadczenia.

Cały portfel zakładu jest reasekurowany w ramach umowy proporcjonalnej (Quota Share) z 30% udziałem reasekuratora w szkodach i składce za ryzyko. Składka za ryzyko to składka brutto pomniejszona o narzut na koszty administracyjne i koszty akwizycji. Zakładamy, że narzut na koszty jest równy rzeczywiście poniesionym kosztom. Dodatkowo w ramach umowy reasekurator pokrywa 10% kosztów administracyjnych zakładu ubezpieczeń.

Proszę obliczyć zysk techniczny zakładu wyrażony w złotych uwzględniający umowę cesji ryzyka do reasekuratora. Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 12 240 000 zł
- (B) 15 560 000 zł
- (C) 17 130 000 zł
- (D) 19 680 000 zł
- (E) 22 020 000 zł

Zadanie 6.

W modelu ze stałym natężeniem śmiertelności ubezpieczenie na całe życie dla (x) wypłaca sumę ubezpieczenia 100 000 zł z tytułu śmierci. Dodatkowo, w ciągu pierwszych 25 lat ubezpieczenia, jeśli śmierć nastąpi na skutek wypadku, wypłacana jest podwójna suma ubezpieczenia. Dane są:

- roczne natężenie oprocentowania $\delta = 0,02$
- roczne natężenie śmiertelności $\mu_{x+t} = 0,005$
- oraz roczne natężenie śmiertelności wypadkowej $\mu_{x+t}^w = 0,001$.

Proszę obliczyć składkę jednorazową netto za to ubezpieczenie. Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 21 360 zł
- (B) 21 860 zł
- (C) 22 160 zł
- (D) 22 460 zł
- (E) 23 060 zł

Zadanie 7.

W ubezpieczeniu terminowym na 10 lat, z sumą ubezpieczenia 45 000 zł wystawionym na życie (x), składka płatna jest rocznie z góry. Wiemy, że roczna składka netto wynosi 108,23 zł oraz że rezerwa matematyczna netto na koniec 7-go roku ubezpieczenia wynosi 112,13 zł. Oblicz rezerwę matematyczną netto na koniec 9-tego roku tego ubezpieczenia wiedząc, że stopa techniczna wynosi 1,5%, oraz $q_{x+7} = 0,00298$, $q_{x+8} = 0,00329$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 52,97848 zł
- (B) 53,02361 zł
- (C) 53,15336 zł
- (D) 89,56396 zł
- (E) 89,83166 zł

Zadanie 8.

$k+1$ lat wcześniej, zakład ubezpieczeń wystawił na początku roku kilka tysięcy jednakowych polis na życie (x), ze stałą sumą ubezpieczenia 95 000 zł. (Wszystkie te polisy wystawione zostały dla osób w tym samym wieku (x), tej samej płci.)

Składka płacona jest na początku każdego roku ubezpieczenia. Składka roczna netto za jedną polisę, wynosi 5576,32 zł i została obliczona przy założeniu zerowej marży zakładu. Rezerwa matematyczna netto przypadająca na jedną polisę na koniec k -tego roku ubezpieczenia wynosi 34 404,45 zł. W portfelu zakładu na koniec k -tego roku nadal znajdowało się 3300 tych polis. W trakcie roku $k+1$ zakład ubezpieczeń odnotował faktyczny wskaźnik śmiertelności $q'_{x+k} = 0,00422$. W wycenie produktu przyjęta stopa techniczna wynosiła 2% oraz $q_{x+k} = 0,00444$.

Proszę obliczyć zysk techniczny zakładu zrealizowany na portfelu tych polis w roku $k+1$. (Uwaga: odchylenie na zakładanej śmiertelności w roku $k+1$ nie ma wpływu na składkę oraz rezerwę netto przypadającą na polisę w tym roku i następnych latach.)

Podaj najbliższą wartość:

- (A) 23 760 zł
- (B) 39 540 zł
- (C) 49 940 zł
- (D) 54 110 zł
- (E) 68 970 zł

Zadanie 9.

Rozważmy ciągłą rentę małżeńską wystawioną dla mężczyzny (x) = 60 wylosowanego z populacji de Moivre'a z $\omega = 90$ oraz kobiety (y) = 60 wylosowanej z populacji de Moivre'a z $\omega = 100$. Renta wypłaca z intensywnością roczną poniższe kwoty:

- 80 000 zł jeśli oboje małżonkowie żyją
- 40 000 zł po śmierci żony
- 60 000 zł po śmierci męża
- (oraz 0 zł po śmierci obojga małżonków).

Proszę obliczyć jednorazową składkę netto przy założeniu intensywności oprocentowania $\delta = 0$ oraz zakładając, iż $T(x)$, $T(y)$ są niezależne. Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 1 575 000 zł
- (B) 1 600 000 zł
- (C) 1 625 000 zł
- (D) 1 650 000 zł
- (E) 1 675 000 zł

Zadanie 10.

Rozważmy model ciągły planu emerytalnego, ze stałymi natężeniami prawdopodobieństw.

Pracownik przystępuje do planu w wieku $(x) = 30$, na emeryturę przejdzie w wieku 60 lat. W przypadku gdy pracownik odejdzie z planu przed osiągnięciem wieku emerytalnego otrzymuje skumulowaną wartość zgromadzonego kapitału. W przypadku zajścia zdarzenia zgonu pracownika przed osiągnięciem wieku emerytalnego uposażeni otrzymają 3-krotność rocznego wynagrodzenia pracownika. Po przejściu na emeryturę wypłacana jest uczestnikowi renta dożywotnia ciągła wypłacająca w ciągu roku 25% wynagrodzenia rocznego (z okresu zatrudnienia).

Proszę podać jaki procent rocznego wynagrodzenia musi być odprowadzany do planu emerytalnego za tego pracownika (w formie renty ciągłej) do czasu osiągnięcia wieku emerytalnego lub wystąpienia jednego z dwóch zdarzeń: śmierci lub opuszczenia planu jeśli którekolwiek z tych zdarzeń nastąpi wcześniej.

Dane są:

- natężenie śmiertelności $\mu^d = 0,001$,
- natężenie prawdopodobieństwa odejścia z planu $\mu^w = 0,05$
- oraz natężenie oprocentowania $\delta = 0,04$.

Podaj najbliższą odpowiedź.

- (A) 7%
- (B) 8%
- (C) 9%
- (D) 10%
- (E) 11%

Egzamin dla Aktuariuszy
Sesja egzaminacyjna w dniu 4 marca 2019r.

Matematyka ubezpieczeń na życie

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko :

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	B	
2	C	
3	E	
4	E	
5	D	
6	B	
7	C	
8	B	
9	A	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.