

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXXVII Egzamin dla Aktuariuszy

Sesja egzaminacyjna w dniu 23 stycznia 2023r.

Matematyka finansowa

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas trwania egzaminu: 100 minut

Zadanie 1.

Firma ABC, spodziewając się trudności ze spłatą trzech weksli:

- weksla o wartości nominalnej 2 000 zł, zapadającego 2 marca 2023;
- weksla o wartości nominalnej 3 000 zł, zapadającego 1 maja 2023;
- weksla o wartości nominalnej 4 000 zł, zapadającego 30 czerwca 2023;

zwraca się 1 stycznia 2023 roku do banku, który jest w posiadaniu wszystkich weksli, o ich zamianę na jeden weksel równoważny z terminem wykupu 1 stycznia 2024 roku.

Proszę określić jaka będzie wartość nominalna weksla równoważnego, jeśli stopa dyskontowa wynosi 11% (proszę podać najbliższą odpowiedź):

- (A) 9 600 zł
- (B) 9 700 zł
- (C) 9 800 zł
- (D) 9 900 zł
- (E) 10 000 zł

Zadanie 2.

Rozważmy 25-letni kredyt na kwotę 500 000 zł, oprocentowany w wymiarze 5% w skali roku, który spłacany jest równymi ratami, płatnymi na koniec kolejnych lat trwania kredytu.

Kredytobiorca ma możliwość dokonywania dodatkowych, wcześniejszych spłat częściowych kredytu, płatnych razem z ratą podstawową. Po każdej spłacie częściowej wyznaczana jest nowa rata kredytu, uwzględniająca pozostałe saldo kredytu oraz czas do końca kredytu.

Kredytobiorca rozważa strategię spłat częściowych, w których razem z każdą ratą spłacać będzie dodatkowo 10% salda kredytu, które pozostawałoby po płatności danej raty podstawowej.

Proszę określić o ile procent mniejsza będzie skumulowana kwota nominalnych odsetek, jakie zapłaci kredytobiorca stosując wspomnianą wyżej strategię wcześniejszych spłat, w stosunku do kwoty skumulowanych nominalnych odsetek w scenariuszu bez żadnych wcześniejszych wpłat częściowych.

- (A) 52%
- (B) 47%
- (C) 42%
- (D) 37%
- (E) 32%

Zadanie 3.

Rozważmy opcję kupna na niepłacącą dywidendy akcję, której cena w chwili $t = 0$ wynosi 100 zł. Opcja wykonywana jest w chwili $t = 1$. Załóżmy, że współczynnik zmienności dla akcji wynosi $\sigma = 15\%$, podczas gdy stopa procentowa wolna od ryzyka $r = 2\%$. Cena wykonania opcji to 115 zł.

Inwestor A, chcąc kupić opcję wycenia ją w modelu CRR, w obliczeniach dzieląc czas do wykonania opcji na 4 podokresy. Niech P_A oznacza cenę opcji wyznaczoną przez tego inwestora we wzmiankowanym modelu.

Inwestor B, chcąc kupić tę samą opcję wycenia ją w modelu Jarrowa-Rudda, również dzieląc czas do wykonania opcji na 4 podokresy. P_B oznacza cenę opcji wyznaczoną przez tego inwestora we wzmiankowanym modelu.

Proszę wyznaczyć $P_A - P_B$ (proszę podać najbliższą odpowiedź):

- (A) - 0.156
- (B) - 0.078
- (C) 0
- (D) 0.078
- (E) 0.156

Zadanie 4.

Założmy, że procesy X oraz Y mają dynamikę:

$$\frac{dX}{X} = a_X dt + b_X dW_X,$$

$$\frac{dY}{Y} = a_Y dt + b_Y dW_Y.$$

Wiedząc, że współczynnik korelacji dW_X oraz dW_Y wynosi ρ_{XY} , proszę określić jaka będzie dynamika procesu $U := XY$.

(A) $\frac{dU}{U} = (a_X + a_Y + b_X b_Y \rho_{XY}) dt + b_X dW_X + b_Y dW_Y$

(B) $\frac{dU}{U} = (a_X + a_Y + b_X b_Y) dt + \rho_{XY} (b_Y dW_X + b_X dW_Y)$

(C) $\frac{dU}{U} = (a_X b_Y + a_Y b_X + b_X b_Y \rho_{XY}) dt + b_X dW_X + b_Y dW_Y$

(D) $\frac{dU}{U} = (a_X b_Y + a_Y b_X + b_X b_Y \rho_{XY}) dt + \rho_{XY} (b_Y dW_X + b_X dW_Y)$

(E) $\frac{dU}{U} = (a_X + a_Y) dt + \rho_{XY} (b_Y dW_X + b_X dW_Y)$

Zadanie 5.

Założmy, że inwestor obserwuje następujące ceny akcji \mathcal{A} na koniec poszczególnych giełdowych dni sesyjnych (zakładając 250 dni sesyjnych w ciągu roku):

Dzień	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
S	10.0	10.3	10.2	9.7	9.9	10.2	10.6	10.9	11.2	10.9	10.8

Wykorzystując powyższe informacje o zmienności ceny akcji \mathcal{A} , inwestor, korzystając z założeń modelu Blacka-Scholesa, wyznacza na koniec jedenastego dnia sesyjnego cenę opcji kupna na akcję \mathcal{A} , zapadającej za rok, o cenie wykonania 11. Przyjmując, że $r = 2\%$, proszę określić cenę opcji, jaką otrzyma inwestor (proszę podać najbliższą odpowiedź).

- (A) 1.8
- (B) 1.9
- (C) 2.0
- (D) 2.1
- (E) 2.2

Zadanie 6.

Niech $T_0 = 0$. Rozważmy rynek Blacka-Scholesa, na którym nie ma możliwości arbitrażu. Na rynku dostępne są niepłacące dywidendy akcje \mathcal{A} o cenie $S_{T_0} = 100$ oraz europejskie opcje kupna na akcję \mathcal{A} o trzyletnim terminie realizacji. Parametr grecki *delta* (pochodna funkcji ceny opcji po cenie instrumentu bazowego) dla tej opcji wynosi 0.4512, a parametr grecki *rho* (pochodna funkcji ceny opcji po stopie wolnej od ryzyka) wynosi 126.9638. Proszę podać cenę europejskiej opcji kupna na akcję \mathcal{A} (proszę podać najbliższą wartość):

- (A) 2.6
- (B) 2.7
- (C) 2.8
- (D) 2.9
- (E) 3.0

Zadanie 7.

Rozważmy dwuletnią obligację korporacyjną o następujących parametrach:

- nominal $N = 1000$ zł płatny jest po dwóch latach od momentu emisji;
- kupony $K_i, i = 1, 2$ są zmienne i płatne w i -tą rocznicę emisji. Zależą one od stopy wolnej od ryzyka w następujący sposób $K_i = r_i + 5\%$, gdzie r_i oznacza stopę wolną od ryzyka w roku i ;
- w momencie emisji krzywa wolnych od ryzyka stóp forward jest następująca:
 $r_1 = 2\%, r_2 = 3\%$;
- prawdopodobieństwo niewypłacalności emitenta w każdym roku wynosi 5%.
W przypadku upadłości emitenta nie jest możliwe odzyskanie należnych płatności z obligacji;

Jakiego stałego narzutu na stopy wolne od ryzyka (używane do dyskontowania płatności z opisanej obligacji) należy użyć zamiast uwzględnienia prawdopodobieństwa niewypłacalności, aby uzyskać prawidłową wycenę tej obligacji w momencie emisji? Podać najbliższą odpowiedź.

- (A) 5.1%
- (B) 5.2%
- (C) 5.3%
- (D) 5.4%
- (E) 5.5%

Zadanie 8.

Rok temu (w chwili $t = 0$) firma A wzięła 5-letnią pożyczkę 1.8 mln USD ze stałym rocznym oprocentowaniem 3% płatnym corocznie na koniec roku. Jednocześnie, firma B wzięła 5-letnią pożyczkę 1.5 mln EUR ze stałym oprocentowaniem 2.8% płatnym corocznie na koniec roku. Firmy wymieniły się pożyczonymi kwotami oraz zawarły kontrakt *currency swap*, zgodnie z którym co roku wymieniają się płatnościami odsetkowymi, a na koniec 5-tego roku wymieniają się również pożyczonymi kwotami, tak, aby móc je zwrócić odpowiednim pożyczkodawcom. Jaki jest kurs USD do EUR w chwili $t = 1$, bezpośrednio po wymianie pierwszej płatności odsetkowej, jeżeli w tym momencie wartość kontraktu dla firmy A wynosi -160 tyś. USD i przy założeniu, że terminowa struktura stóp procentowych w USD jest płaska na poziomie 2.5% rocznie, a terminowa struktura stóp procentowych w EUR jest płaska na poziomie 2.2% rocznie. Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 1.2
- (B) 1.25
- (C) 1.3
- (D) 1.35
- (E) 1.4

Zadanie 9.

Na rynku międzybankowym dostępne są następujące kwotowania:

kupno (bid) – sprzedaż (ask) PLN/EUR 4.6733 – 4.7142.

Natomiast u dealera dostępne są następujące kwotowania:

- I) PLN/EUR 4.6349 – 4.6651
- II) PLN/EUR 4.6543 – 4.6932
- III) PLN/EUR 4.7205 – 4.7311.

Arbitraż jest możliwy:

- (A) tylko w przypadku I
- (B) tylko w przypadku II
- (C) tylko w przypadku III
- (D) tylko w przypadku I i III
- (E) we wszystkich trzech przypadkach

Zadanie 10.

Jeżeli:

- $\ddot{a}_{n+3} = 16.9904$,
- $\ddot{s}_{n+1} = 58.1094$.

wówczas \bar{s}_1 należy do przedziału:

- (A) $[1, 1.015)$
- (B) $[1.015, 1.02)$
- (C) $[1.02, 1.025)$
- (D) $[1.025, 1.03)$
- (E) $[1.03, 1.035)$

Dystrybuanta rozkładu normalnego $N(0,1)$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

Egzamin dla Aktuariuszy
Sesja egzaminacyjna w dniu 23 stycznia 2023r.

Matematyka finansowa

Arkuszu odpowiedzi*

Imię i nazwisko :

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	B	
2	A	
3	A	
4	A	
5	C	
6	C	
7	D	
8	C	
9	D	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.