

**Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy**

**XC Egzamin dla Aktuariuszy**

**Sesja egzaminacyjna w dniu 26 lutego 2024r.**

**Matematyka ubezpieczeń na życie**

**Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: .....**

**Czas trwania egzaminu: 100 minut**

**Zadanie 1.**

Dane są:

- $A_{x:\overline{n}|} = 0,3704$ ;
- Stopa techniczna  $i = 3\%$ .

Ile wynosi  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ ? Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 21,6165
- (B) 22,6165
- (C) 23,8165
- (D) 24,8165
- (E) 25,8165

**Zadanie 2.**

Rozpatrujemy model, w którym  $(x) = (40)$  pochodzi z populacji de'Moivre'a, z wiekiem granicznym  $\omega = 120$ . Renta na całe życie wypłaca na koniec każdego roku kwotę 36 000 złotych. Składka jednorazowa brutto (SJB) za to ubezpieczenie wynosi 785 000 złotych.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że nominalna suma otrzymanych świadczeń rentowych będzie większa od SJB? Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 0,7
- (B) 0,7125
- (C) 0,725
- (D) 0,7375
- (E) 0,75

**Zadanie 3.**

W modelu ciągłym o stałym rocznym natężeniu śmiertelności  $\mu = 0,005$  oraz rocznym natężeniu oprocentowania  $\delta = 0,055$  rozważamy 20 letnie ubezpieczenie na życie i dożycie. Składka brutto opłacana jest w formie renty ciągłej z roczną intensywnością  $P = 24$ . W razie dożycia ubezpieczonego do końca okresu ubezpieczenia wypłacana jest z tego tytułu suma ubezpieczenia wynosząca 670.

Jedynе koszty uwzględnione w składce brutto, to koszty naliczane od kwoty rezerwy matematycznej brutto, z roczną intensywnością 1%.

Ile wynosi suma ubezpieczenia z tytułu zgonu? Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 891
- (B) 901
- (C) 911
- (D) 921
- (E) 931

**Zadanie 4.**

Grupa 12 osób w wieku  $x, x+1, x+2, x+3, x+4, \dots, x+11$  pochodzi z populacji dla której, natężenie śmiertelności  $\mu_x = A \times 1,25^x$  jest zgodne z modelem „Gompertz’a” (dla pewnego  $A > 0$ ). Przy założeniu, że zmienne losowe czasu zgonu są niezależne, proszę obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, iż osoba w wieku  $\leq x+3$  umrze jako pierwsza w tej grupie?

Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 0,0664
- (B) 0,0764
- (C) 0,0864
- (D) 0,0964
- (E) 0,1064

**Zadanie 5.**

Rozważmy  $n$ -letnie ubezpieczenie na życie i dożycie, wystawione dla  $(x)$ , z roczną składką regularną płaconą z góry. Suma ubezpieczenia na życie i na dożycie wypłacana jest na koniec roku. (Umowa skalkulowana została przy założeniu zerowej marży zakładu.)

Dane są następujące wartości:

- $p_x = 0,99734$ ;  $p_{x+1} = 0,99709$ ;  $i = 5\%$ ;
- $\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 10,64$ ;
- Rezerwa netto  ${}_2V = 8505,33$ ;
- Koszty jednorazowe ujęte w składce brutto  $K = 3600$ .

Ile wynosi rezerwa techniczna na koniec 2-go roku ubezpieczenia obliczona metodą Zillmera? Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 5045,45
- (B) 5085,85
- (C) 5145,54
- (D) 5185,58
- (E) 5245,54

**Zadanie 6.**

Rozważmy 5-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie, wystawione dla ( $x$ ), z roczną składką regularną netto płaconą z góry, w kwocie 1786,14. Suma ubezpieczenia na życie i na dożycie, w kwocie 10000, wypłacana jest na koniec roku. (Umowa skalkulowana została przy założeniu zerowej marży zakładu.)

Dane są:  $v = 95\%$ ;  $q_{x+3} = 0,02107$ ;  $q_{x+4} = 0,02290$ .

Proszę obliczyć ile wynosi wartość oczekiwana funkcji straty  $E[{}_3L]$ ?

- (A) 5287,78
- (B) 5387,78
- (C) 5487,78
- (D) 5587,78
- (E) 5687,78

**Zadanie 7.**

Rozważmy 15 letnie ubezpieczenie terminowe na życie i dożycie dla (60), opłacane rocznymi składkami netto, na początku każdego roku. Suma ubezpieczenia wynosi 70000 złotych. Wiadomo, że śmiertelność odnotowywana na portfelu zakładu ubezpieczeń wynosi 100% śmiertelności zgodnej z modelem de'Moivre'a, z intensywnością zgonów  $\mu_t = (40 - t)^{-1}$ .

Składka pobierana przez zakład wynosi 120% składki netto za to ubezpieczenie. (Składka netto wyznaczana jest przy założeniu zerowej marży zakładu, tj. aktuarialna wartość świadczenia za zgon równa się z aktuarialną wartością składek netto.)

Stopa techniczna  $i = 4\%$ . Zakładając, że jedynym kosztem zakładu jest prowizja wynosząca 5% każdej składki brutto, oraz zakładając, że zyski z inwestycji równe są stopie technicznej, proszę obliczyć aktuarialną wartość obecną zysku technicznego z tej umowy, zdyskontowanego na chwilę  $t = 0$ .

Proszę podać najbliższą wartość.

- (A) 6075
- (B) 6125
- (C) 6175
- (D) 6225
- (E) 6275



**Zadanie 8.**

Rozpatrujemy bezkosztowy model ciągły, ze stałymi natężeniami śmiertelności. Natężenie śmiertelności męża  $\mu_x = 0,025$  natomiast żony  $\mu_y = 0,015$ . Renta małżeńska wypłaca do chwili drugiego zgonu, z roczną intensywnością kwotę netto 30.

Zakładając, iż zmienne losowe czasu zgonu męża oraz czasu zgonu żony są niezależne, oraz roczne natężenie oprocentowania  $\delta = 3,5\%$ , proszę podać ile wynosi składka jednorazowa netto za to ubezpieczenie?

- (A) 600
- (B) 650
- (C) 700
- (D) 750
- (E) 800

**Zadanie 9.**

W modelu ciągłym rozważmy ubezpieczenie na całe życie ze stałymi natężeniami śmiertelności oraz całkowitej niezdolności do pracy (NP). W przypadku zgonu ubezpieczonego przed wystąpieniem zdarzenia całkowitej NP wypłacana jest  $SU = 70\,000$  złotych. W przypadku wystąpienia zdarzenia całkowitej NP ubezpieczonemu wypłacana jest  $SU_{NP} = 50\,000$  złotych. Po przyznaniu świadczenia z tytułu całkowitej NP ochrona z tytułu śmierci nie wygasa, ale suma ubezpieczenia z tytułu śmierci obniżana jest do kwoty 50 000 złotych. Wiadomo, że natężenie śmiertelności osoby całkowicie niezdolnej do pracy wzrasta dwukrotnie.

Dane są:

- roczne natężenie oprocentowania  $\delta = 0,03$
- roczne natężenie śmiertelności  $\mu_{x+t} = 0,01$
- oraz roczne natężenie ryzyka całkowitej niezdolności do pracy  $\mu_{x+t}^{NP} = 0,03$ .

Ile wynosi składka jednorazowa netto ( $SJN$ ) za to ubezpieczenie?

- (A) 40 000
- (B) 40 800
- (C) 41 600
- (D) 42 400
- (E) 42 800

**Zadanie 10.**

Rozpatrujemy bezkosztowy model ciągły 40-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie, w którym  $(x) = (25)$  pochodzi z populacji de'Moivre'a, z wiekiem granicznym  $\omega = 100$ . Suma ubezpieczenia zarówno na życie jak i dożycie wynosi 1000. Przyjmując, że natężenie oprocentowania  $\delta = 5\%$ , proszę obliczyć ile wynosi składka oszczędnościowa  $\pi_{20}^S$ .

Proszę podać najbliższą odpowiedź.

- (A) 6,445
- (B) 6,995
- (C) 7,445
- (D) 7,995
- (E) 8,445

---

**Egzamin dla Aktuariuszy**  
**Sesja egzaminacyjna w dniu 26 lutego 2024r.**

**Matematyka ubezpieczeń na życie**

**Arkusz odpowiedzi\***

Imię i nazwisko : .....

Pesel .....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	A	
2	C	
3	B	
4	E	
5	E	
6	D	
7	B	
8	C	
9	A	
10	B	

---

\* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.