Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXV Egzamin dla Aktuariuszy z 30 września 2013 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 30 września 2013 r.

1. Niech $\dot{e}_{x:\overline{t|}} = E(\min \ (T(x), t))$ oznacza przeciętne dalsze trwanie życia (x) w okresie najbliższych t lat. Wiadomo, że
$\dot{e}_{x:\overline{t|}} = 13$ oraz $\mu_x = 0{,}02$. Oblicz przybliżoną wartość $\dot{e}_{x-1/12:\overline{t+1/12|}}$.

(A) 13,06152 (B) 13,06157 (C) 13,06162 (D) 13,06167
(E) 13,06172

2. Rozpatrujemy dożywotnie ubezpieczenie rentowe dla (x), wypłacające na koniec pełnego roku ubezpieczenia świadczenie rentowe w wysokości 10 000 zł, a w roku w którym nastąpi śmierć – świadczenie śmiertelne $u \cdot 10\ 000$ zł, gdzie $u \epsilon [0, 1)$ oznacza przeżytą część roku. Świadczenie śmiertelne jest wypłacane w chwili śmierci. Przyjmij, że śmiertelność ma w każdym roku jednostajny rozkład. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli

$$\bar{A}_x = 0{,}15 \qquad \text{oraz} \qquad i = 5\% .$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 170 000 (B) 170 100 (C) 170 200 (D) 170 300
(E) 170 400

3. Rozważmy trzy polisy ciągłe. Każda z nich będzie opłacana za pomocą ciągłej renty życiowej z odpowiednio dobraną intensywnością składek netto. Każda dotyczy osoby w początkowym wieku *x*:

1. Polisa nr 1 jest zwykłym ubezpieczeniem ciągłym na życie, które wypłaci umówione 1 zł w chwili śmierci; składki płacone są w formie dożywotniej ciągłej renty życiowej składek netto z intensywnością $\bar{P}_1$.
2. Polisa nr 2 jest też ubezpieczeniem na życie, które wypłaci 1 zł w chwili śmierci, ale składki są płacone w formie renty życiowej m-letniej z odpowiednio dobraną intensywnością netto $\bar{P}_2$.
3. Polisa nr 3 jest typową ciągłą polisą emerytalną: świadczenie emerytalne wypłacane jest w formie renty dożywotniej ciągłej dla (x) odroczonej o m lat z intensywnością 1 zł; natomiast składki są opłacane jak w przypadku polisy nr 2, z odpowiednią intensywnością netto $\bar{P}_3$.

Dane są:

$$\bar{P}_1 = 0{,}03 \ , \ \bar{P}_2 = 0{,}04.$$

Oblicz $\bar{P}_3$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,33 (B) 0,34 (C) 0,35 (D) 0,36
(E) 0,37

4. Rozważamy ubezpieczenie ciągłe ogólnego typu dla (25) wylosowanego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Intensywność składki netto $\pi(t)$ jest stała, natomiast świadczenie śmiertelne $c(t)$, które będzie wypłacone, gdy ubezpieczony umrze w wieku $25 + t$ dane jest wzorem

$$c(t) = \frac{1}{\mu_{25+t}}.$$

dla $0 \leq t < 75$. Niech L oznacza stratę ubezpieczyciela na moment wystawienia polisy. Oblicz $Var(L)$.Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}02$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1 000 (B) 1 010 (C) 1 020 (D) 1 030
(E) 1 040

5. W pewnej populacji wykładniczej osoby zaczynają pracę w wieku 25 i dożywają przeciętnie wieku 75. Ponadto póki pracują, płacą ciągłą rentę życiową składek emerytalnych z roczną intensywnością $\bar{P}$. Po dożyciu wieku emerytalnego 65 zaczynają otrzymywać emeryturę w formie dożywotniej renty ciągłej z roczną intensywnością $\bar{E}$.
W wyniku postępu cywilizacyjnego zmalała śmiertelność w rozważanej populacji: dalej jest ona wykładnicza, ale (25) dożywa teraz przeciętnie wieku 80 lat. O ile lat należy zwiększyć wiek emerytalny, aby nie zmieniła się relacja $\bar{P}/\bar{E}$?
Przeprowadź odpowiednie rachunki netto używając technicznej intensywności oprocentowania $\delta = 0{,}02$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1,7 (B) 1,9 (C) 2,1 (D) 2,3
(E) 2,5

6. Rozpatrujemy 30-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie, wypłacające świadczenie śmiertelne 100 000 zł w momencie śmierci lub 200 000 zł w przypadku przeżycia 30 lat. Składka ma być płacona przez cały okres ubezpieczenia ze stałą intensywnością.

Ubezpieczony jest osobą z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu życia z parametrem $\mu = 0{,}02$. Po 15 latach ubezpieczony zrezygnował z dalszego płacenia składek i poprosił o zmianę ubezpieczenia na bezskładkowe i utrzymanie dotychczasowych sum ubezpieczenia.

Podaj nowy termin ważności ubezpieczenia (od momentu jego konwersji), jeśli $\delta = 0{,}03$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 26 (B) 29 (C) 32 (D) 35
(E) 38

7. Osoba w wieku 40 lat zawarła 30-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie ze świadczeniem śmiertelnym płatnym na koniec roku śmierci i sumą ubezpieczenia 10 000 zł. Składka za to ubezpieczenie jest płacona przez 20 lat, na początku roku, w stałej kwocie P. W składce P zawarty jest narzut na koszty administracyjne ubezpieczyciela w wysokości 500 zł. Ubezpieczyciel ponosi koszty administracyjne przez cały okres ubezpieczenia, w stałej kwocie na początku każdego roku. Inne koszty nie były brane pod uwagę.
Oblicz, ile wyniesie rezerwa na koszty administracyjne po 15 latach trwania tego ubezpieczenia, jeśli dana jest $\ddot{a}_{40:\overline{20|}} = 11{,}610$ oraz znane są rezerwy składek netto na 1 zł sumy ubezpieczenia w analogicznych ubezpieczeniach na życie i dożycie, ale ze składką płatną przez cały okres ubezpieczenia:

$$ {}_{15}V_{40:\overline{20|}} = 0{,}625 \qquad {}_{15}V_{40:\overline{30|}} = 0{,}315 \; . $$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 1 600 (B) 1 700 (C) 1 800 (D) 1 900
(E) 2 000

8. Rozważamy mężczyznę w początkowym wieku 65 wylosowanego z populacji de Moivre'a z wiekiem nieprzekraczalnym $\omega_m > 65$. Oprócz tego rozważamy kobietę w początkowym wieku 60 wylosowaną z populacji de Moivre'a z wiekiem nieprzekraczalnym $\omega_k > 65$. Oblicz prawdopodobieństwo p zdarzenia, że on będzie żył dłużej niż ona. Dane są prawdopodobieństwa:
$\Pr(T(k) > T(m) + 3) = 0{,}5682$ oraz $\Pr(T(k) > T(m) + 1) = 0{,}6136$.
Zakładamy, że ich życia są niezależne.

(A) 0,3631 (B) 0,3637 (C) 0,3643 (D) 0,3649
(E) 0,3655

9. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie dla osoby w wieku 50 lat, które wypłaca następujące świadczenia:

- 300 000 zł w momencie śmierci spowodowanej wypadkiem,
- 100 000 zł w momencie „zwykłej" śmierci (niespowodowanej wypadkiem),
- 200 000 zł w przypadku dożycia do wieku 70 lat.

Śmiercią zwykłą rządzi prawo de Moivre'a z granicznym wiekiem 100 lat. Śmierć wypadkowa ma rozkład wykładniczy z parametrem $\mu = 0{,}02078$.

Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie dla technicznej stopy procentowej $i = 4\%$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 118 860 (B) 119 360 (C) 119 860 (D) 120 360
(E) 120 860

10. Rozpatrujemy uprawnienia inwalidzkie kohorty 40-letnich uczestników planu emerytalnego, wszyscy urodzeni 1 stycznia, wszyscy z 10-letnim stażem uczestnictwa, wszyscy są aktywni, czyli nikt nie jest inwalidą.

Formuła rocznego wymiaru świadczenia inwalidzkiego :

$$R_{30+t} = 0.02 \cdot [t] \cdot (AS)_{30+t} \qquad 10 \le t \le 30$$

gdzie $[t]$ jest częścią całkowitą t oraz $(AS)_x$ jest rocznym wynagrodzeniem osoby w wieku x lat. Płace zmieniają się raz w roku, na początku roku. Tuż po podwyżce $(AS)_{40} = 40\,000$.

Wartość jednostkowej renty inwalidzkiej na moment przejścia na rentę opisuje funkcja

$$\bar{a}^{(i)}_{30+t} = 25 - \frac{t}{2}\ , \qquad 10 \le t \le 30\ .$$

W kohorcie 40-latków roczne ubytki inwalidzkie stanowią 1/4 całkowitych ubytków z planu, czyli

$$4 \cdot q^{(i)}_{40} = q^{(\tau)}_{40} = 0.008\ .$$

Aktualna wartość świadczeń inwalidzkich aktywnego uczestnika $apv(INV)_{40} = 2200$, po sprowadzeniu na środek roku wartości świadczeń tych, którzy w danym roku przechodzą na rentę inwalidzką. Wyznacz w analogiczny sposób $apv(INV)_{41}$ przy $i = 5\%$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 2 000 (B) 2 075 (C) 2 150 (D) 2 225
(E) 2 300

LXV Egzamin dla Aktuariuszy z 30 września 2013 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi......................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	A	
3	A	
4	C	
5	B	
6	E	
7	C	
8	B	
9	D	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.