Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXXII Egzamin dla Aktuariuszy z 28 września 2015 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 15 czerwca 2015 r.

1. Ona (0) i on (0) wylosowani są (niezależnie) z populacji de Moivre'a z wiekami granicznymi $\omega_k,\ \omega_m$, o których zakładamy, że są całkowite oraz, że $\omega_m < \omega_k$.

Prawdopodobieństwo, że części całkowite dalszego trwania życia są równe, wynosi $1/105$. Ponadto, prawdopodobieństwo, że ona go przeżyje wynosi $0{,}5381$.

Oblicz ω_m. Wybierz najbliższą odpowiedź.

(A) 94 (B) 95 (C) 96 (D) 97
(E) 98

2. Rozważamy ciągłe ubezpieczenie na życie dla (24) wylosowanego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 102$, kupowane za pomocą ciągłej życiowej renty składek netto o stałej intensywności netto $\bar{P}$. Wypłaci ono uposażonym 1 w chwili śmierci. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że do chwili śmierci ubezpieczony wpłaci nominalnie mniej składek niż wynosi świadczenie, ale uwzględniając oprocentowanie wpłaci więcej składek niż wynosi świadczenie.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}04$.

Wskaż najbliższą odpowiedź.

(A) 0,27 (B) 0,29 (C) 0,31 (D) 0,33
(E) 0,35

3. Rozpatrujemy populację, której śmiertelność spełnia w każdym roczniku założenia UDD. Wyznacz wartość $(\bar{D}\bar{A})^1_{x:\overline{n|}}$, jeśli dane są:

$$A^1_{x:\overline{n|}} = 0{,}243 \qquad (DA)^1_{x:\overline{n|}} = 3{,}118 \qquad i = 0{,}05 .$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 3,060 (B) 3,063 (C) 3,066 (D) 3,069
(E) 3,072

4. Rozważamy ubezpieczenie emerytalne dla (25), które działa następująco:

- Przez najbliższe 40 lat będzie płacił coroczną składkę netto w wysokości P ;
- Po dożyciu do wieku 65 zaczyna otrzymywać świadczenie w wysokości E na początku każdego roku aż do śmierci;
- W przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku 65 uposażeni otrzymują jednorazowo połowę wartości aktuarialnej świadczeń emerytalnych obliczonej na hipotetyczny moment jego 65 urodzin; oznaczmy tę kwotę przez D;
- Dodatkowo w przypadku dożycia do wieku 65 ubezpieczony otrzymuje jednorazowo kwotę D (oprócz wyżej opisanych sukcesywnych świadczeń emerytalnych E).

Dane są:

$$i = 4\%, \qquad \ddot{a}_{25} = 20{,}810752; \quad A^{1}_{25:\overline{40|}} = 0{,}113834; \qquad A_{25:\overset{1}{\overline{40|}}} = 0{,}139813.$$

Oblicz P/E. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,132 (B) 0,135 (C) 0,138 (D) 0,141
(E) 0,144

5. Rozpatrujemy populację z wykładniczym rozkładem czasu trwania życia z parametrem $\mu^{(m)} = 0{,}03$ dla mężczyzn oraz $\mu^{(f)} = 0{,}02$ dla kobiet.

Ubezpieczyciel sprzedaje bezterminowe ubezpieczenie na życie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł płatną w momencie śmierci oraz dożywotnią składką płaconą ze stałą intensywnością. Ubezpieczyciela obowiązuje zakaz rozróżniania płci w taryfie składek, więc kalkulację składki oparto na przewidywaniu, że wśród nabywców ubezpieczenia będzie 50% kobiet. Okazało się, że w ubezpieczonej grupie osób było 35% kobiet.

Wyznacz wysokość rezerwy na przeciętną polisę w ubezpieczonej grupie po 10 latach ubezpieczenia. Intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}04$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 996 (B) 1 010 (C) 1 024 (D) 1 038
(E) 1 052

6. Rozważamy ciągłe ubezpieczenie terminowe (n-letnie) dla (x). Składkę jednorazową netto oznaczamy tradycyjnie symbolem $\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}}$. Dane są:

$\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}} = 0{,}1343554$; $\delta = 0{,}039$; , $\mu_x = 0{,}00387$; , $\mu_{x+n} = 0{,}03309$; ,

$\bar{A}_{x:\overline{n|}}^{\;\;\;1} = 0{,}1714596$. .

Oblicz przybliżoną wartość $\bar{A}^{1}_{x+1/4:\overline{n|}}$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,1354 (B) 0,1362 (C) 0,1370 (D) 0,1378
(E) 0,1386

7. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie ze składką brutto płaconą w stałej wysokości przez okres zadeklarowany w umowie ubezpieczenia. Ubezpieczony w wieku x lat wybrał 30-letni okres płacenia składki. Bez względu na okres płacenia składek ubezpieczyciel ponosi te same koszty początkowe na 1 złotówkę sumy ubezpieczenia. Po 10 latach ubezpieczenia rezerwa na koszty początkowe osiągnęła wartość ${}^{(30)}_{10}V_x^{\alpha} = -0{,}025369$ na złotówkę sumy ubezpieczenia. W tym momencie ubezpieczony postanowił skrócić okres płacenia składek do 20 lat, więc ubezpieczyciel przeliczył składki pozostające do zapłacenia w pozostałych 10 latach oraz skorygował stan rezerw na moment konwersji tego ubezpieczenia.

Ile wynosi nowa wartość rezerwy na koszty początkowe ${}^{(20)}_{10}V_x^{\alpha}$ tuż po konwersji? Dane są:

${}^{(30)}P_x^{\alpha} = 0{,}0021682$ czyli roczna składka na koszty początkowe przy 30-letniej płatności składek, na 1 zł sumy ubezpieczenia,

${}^{(20)}P_x^{\alpha} = 0{,}0025673$ czyli roczna składka na koszty początkowe przy 20-letniej płatności składek, na 1 zł sumy ubezpieczenia,

${}^{(10)}P_{x:\overset{1}{\overline{10|}}} = 0{,}072935$ czyli roczna składka netto w10-letnim ubezpieczeniu na dożycie, przy 10-letniej płatności składek, na 1 zł sumy ubezpieczenia.

Wskaż najbliższą wartość.

(A) -0,0203 (B) -0,0201 (C) -0,0199 (D) -0,0197
(E) -0,0195

8. Ona (20), wylosowana z populacji wykładniczej z parametrem $\mu_k \equiv 0{,}0125$, płaci składkę w postaci renty życiowej ciągłej ze stałą intensywnością netto P_k. Składka ta finansuje emeryturę indywidualną, którą zacznie otrzymywać po dożyciu do wieku 65 z intensywnością 1.

On (25), wylosowany z populacji wykładniczej z parametrem $\mu_m \equiv 0{,}017$, płaci składkę w postaci renty życiowej ciągłej ze stałą intensywnością netto P_m. Składka ta sfinansuje jego emeryturę indywidualną, którą zacznie otrzymywać po dożyciu do wieku 65 z intensywnością 1.

Istnieje możliwość zakupienia dodatkowej polisy Add, która działa w następujący sposób. W przypadku, gdy ona umrze jako pierwsza, i to w ciągu najbliższych 40 lat, intensywność jego przyszłych składek wynosi $P_m/2$ na rok. Podobnie, w przypadku, gdy on umrze jako pierwszy, i to w ciągu najbliższych 40 lat, intensywność jej przyszłych składek wynosi $P_k/2$.

Decydując się na dodatkową polisę Add muszą przez cały okres składkowy płacić składki z intensywnością wyższą o P_{dod} (tzn. ona będzie płacić z intensywnością $P_k + P_{dod}$, a on niezależnie z intensywnością $P_m + P_{dod}$).

Oblicz P_{dod}.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}05$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,0056 (B) 0,0060 (C) 0,0064 (D) 0,0068
(E) 0,0072

9. Straż Pożarna dołącza do 20-letniej umowy zatrudnienia ubezpieczenie wypłacające odszkodowanie z tytułu poparzeń. Ubezpieczenie wypłaca bezzwłocznie 100 000 zł w przypadku poważnych poparzeń (PP) odniesionych w akcji pożarowej oraz dwie dalsze wypłaty po 100 000 w odstępach rocznych, pod warunkiem dożycia do kolejnego terminu wypłaty. Po poważnym poparzeniu strażak jest przenoszony do innych zajęć i nie jest już narażony na kolejne poparzenia.

Następujące oznaczenia identyfikują możliwe stany ubezpieczonego:

a aktywny, brak incydentu PP,

p żyje, wystąpił incydent PP,

d(p) śmierć w następstwie PP,

d(o) śmierć z innych przyczyn.

Niech x oznacza osiągnięty wiek, r oznacza czas, który upłynął od incydentu PP. Dane są:

$\mu_x^{a\,p} = 0{,}04$; $\mu_x^{a\,d(o)} = 0{,}02$; $\mu_{x,r}^{p\,d(o)} = 0{,}03$; $\mu_{x,r}^{p\,d(p)} = 0{,}20$; $\delta = 0{,}05$.

Wyznacz koszt przedstawionego świadczenia na moment zatrudnienia. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 75 000 (B) 75 250 (C) 75 500 (D) 75 750
(E) 76 000

10. Program emerytalny jest planem ciągłego typu działającym według zasady „*Defined Contribution*". Wszyscy uczestnicy wchodzą do planu w wieku 25 lat i płacą do momentu przejścia na emeryturę składkę ze stałą intensywnością $\bar{P}$. Zalecanym wiekiem emerytalnym jest wiek 67 lat, ale możliwe jest przejście na emeryturę w innym wieku. Wysokość emerytury jest ustalana zgodnie z zasadami obowiązującymi w prywatnym ubezpieczeniu na dożywotnią rentę wypłacaną w stałej kwocie.

Jeśli chodzi o śmiertelność, uczestnicy planu są populacją de Moivre'a z parametrem $\omega = 100$, jednak w okresie składkowym uczestnikom grozi odejście z planu ze stałą roczną intensywnością $\mu = 0{,}025$. Osobom, które umierają lub wychodzą z planu przed przejściem na emeryturę, plan zwraca składki wraz z technicznym oprocentowaniem.

Przy technicznym oprocentowaniu $\delta = 0{,}03$ podaj, o ile % będzie niższa intensywność emerytury osoby, która przejdzie na emeryturę w wieku 60 lat zamiast w wieku 67 lat (przyjmij emeryturę uzyskaną w wieku 67 lat jako 100%). Wskaż najbliższą wartość.

(A) 35,1 (B) 35,3 (C) 35,5 (D) 35,7
(E) 35,9

LXXI Egzamin dla Aktuariuszy z 28 września 2015 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi..............................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja⋆
1	D	
2	E	
3	E	
4	C	
5	E	
6	B	
7	C	
8	A	
9	B	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

⋆ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.