

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy
LXXIV Egzamin dla Aktuariuszy z 23 maja 2016 r.

Część I

Matematyka finansowa

WERSJA TESTU A

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

.....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Sytuację na giełdzie opisuje łańcuch Markowa z dwoma stanami: **H**(ossa) i **B**(essa).

Prawdopodobieństwa przejścia tego procesu zawarte są w poniższej macierzy:

$$\begin{bmatrix} h & 1-h \\ 1-b & b \end{bmatrix}$$

W chwili $T = 0$ inwestor kupuje za kwotę 100 dwuletnią obligację płaćącą w chwili $T = 2$ kwotę 150 jeśli w $T = 2$ na giełdzie wystąpi hossą; w przypadku bessy obligacja płaci 80. Jaki powinien być początkowy rozkład prawdopodobieństwa łańcucha, aby oczekiwana wartość bieżąca inwestycji (NPV) wynosiła 0, przy założeniu, że $h = b = 0.7$, a stała intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0.05$ (proszę podać najbliższą wartość):

- A) [10%; 90%]
- B) [15%; 85%]
- C) [20%; 80%]
- D) [25%; 75%]
- E) [30%; 70%]

2. W chwili $T = 0$ firma A zakupuje *at par* 2-letnią obligację kuponową **O** o nominale PLN 1 000. Kupon płacony na koniec każdego roku wynosi 5% nominalu. Kupujący ponosi w chwili zakupu dodatkowe koszty transakcyjne w wysokości 0.94% kwoty transakcji. Firma A klasyfikuje obligację jako utrzymywaną do terminu wymagalności i wycenia w skorygowanej cenie nabycia (tj. w oparciu o efektywną stopę procentową). W chwili $T = 1$, tuż po wypłacie kuponu, rynkowe YTM dla obligacji **O** wynosi 4%. Jaka jest wartość niezrealizowanych zysków (znak „+”), względnie strat (znak „-”) dla omawianej obligacji **O** (proszę podać najbliższą odpowiedź):

- A) 2.83
- B) -1.83
- C) -4.83
- D) -7.83
- E) -9.83

3. Dłużnik ma do spłacenia temu samemu wierzycielowi 3 weksle o wartościach nominalnych 2 000, 3 000 oraz 5 000 i terminach wykupu odpowiednio 1 lipca, 1 września oraz 1 listopada tego samego roku. Dłużnik chce w dniu 1 czerwca tego roku wszystkie te weksle zamienić na jeden, równoważny weksel, o terminie wykupu 31 grudnia tego roku. Proszę obliczyć wartość nominału weksla równoważnego (podając najbliższą wartość) przyjmując stopę dyskontową na poziomie 15.852% i stosując konwencję $\frac{ACT}{360}$:

- A) 10 100
- B) 10 200
- C) 10 300
- D) 10 400
- E) 10 500

4. *Duration* renty $a_{\overline{20}|}$ wynosi 8.90, a renty $(Ia)_{\overline{20}|}$ wynosi 12.47. Przy tych założeniach *duration* renty $(Da)_{\overline{20}|}$ wynosi (proszę podać najbliższą wartość):

- A) 3.67
- B) 6.27
- C) 7.36
- D) 9.51
- E) 15.45

5. Niech $S(t)$ będzie ceną akcji w chwili (roku) t . Akcja ta nie wypłaca dywidendy. Intensywność oprocentowania (δ) wynosi 6% w skali roku, a zmienność ceny akcji (σ) wynosi 30%.

Zakładamy ponadto, że proces ceny akcji dany jest wzorem:

$$S(t) = A(t) \cdot \exp\{\sigma\sqrt{t}Z\}, t > 0$$

gdzie $Z \sim N(0,1)$, a $A(t) > 0$ dla $t > 0$ jest pewną funkcją rzeczywistą oraz, że rynek nie dopuszcza arbitrażu.

Wyznaczyć cenę, w chwili 0, kontraktu, który wypłaca po roku kwotę $K = \max(S(0), S(1))$.

Proszę podać najbliższą wartość.

- A) 0.94
- B) 1.00
- C) 1.09
- D) 1.37
- E) 2.15

6. Na rynku, który nie dopuszcza arbitrażu dostępne są niepłacące dywidendy akcje X i Y . Bieżąca cena obydwu akcji wynosi 100, stała intensywność oprocentowania wynosi 10%. Ponadto wiadomo, że za rok możliwe są 3 stany rynku, przy których ceny akcji będą kształtować się następująco:

Stan rynku	Cena akcji X	Cena akcji Y
1	200	50
2	50	150
3	25	300

Niech C_X oznacza bieżącą cenę europejskiej opcji kupna na akcję X , natomiast P_Y cenę europejskiej opcji sprzedaży na akcję Y . Obydwie opcje wygasają za rok i mają tę samą cenę wykonania wynoszącą 90. Przy powyższych założeniach różnica bieżących cen opisanych opcji, czyli $C_X - P_Y$ wynosi (proszę podać najbliższą wartość):

- A) -10
- B) 0
- C) 15
- D) 26
- E) 37

7. Kredyt o wartości P będzie spłacony w ciągu 25 lat, ratami płatnymi w odstępach rocznych, przy czym wiadomo, że:

- pierwsza rata o wartości S zostanie zapłacona po upływie roku od dnia przyznania kredytu,
- każda z następnych rat zmniejsza się w porównaniu do poprzedniej o D , aż do osiągnięcia minimalnej wysokości na końcu 10 roku,
- kolejne raty zwiększają się o stałą wartość w stosunku do poprzedniej i osiągają na końcu 20 roku ponownie wartość S ,
- w ostatnich 5 latach każda rata jest równa minimalnej racie zapłaconej w okresie pierwszych 20 lat,
- stopa oprocentowania wynosi i , a odpowiadający jej czynnik dyskontowy równy jest v .

Proszę wskazać, który z poniższych wzorów wyraża wartość S .

$$\text{A) } \frac{P \cdot i + D \cdot [a_{\overline{10}|} \cdot (1 + 0,9 \cdot v^{10}) + 9,9 \cdot v^{10} - 1,9 \cdot v^{20} - 9 \cdot v^{25}]}{1 - v^{25}}$$

$$\text{B) } \frac{P \cdot i + D \cdot [a_{\overline{10}|} \cdot (1 - 0,9 \cdot v^{10}) - 1,9 \cdot v^{10} - 9,9 \cdot v^{20} + 9 \cdot v^{25}]}{1 - v^{25}}$$

$$\text{C) } \frac{P \cdot i + D \cdot [a_{\overline{10}|} \cdot (1 + 0,9 \cdot v^{10}) + 9,9 \cdot v^{10} - 1,9 \cdot v^{20} + 9 \cdot v^{25}]}{1 - v^{25}}$$

$$\text{D) } \frac{P \cdot i + D \cdot [a_{\overline{10}|} \cdot (1 - 0,9 \cdot v^{10}) - 1,9 \cdot v^{10} + 9,9 \cdot v^{20} - 9 \cdot v^{25}]}{1 - v^{25}}$$

$$\text{E) } \frac{P \cdot i + D \cdot [a_{\overline{10}|} \cdot (1 + 0,9 \cdot v^{10}) + 9,9 \cdot v^{10} + 1,9 \cdot v^{20} + 9 \cdot v^{25}]}{1 - v^{25}}$$

8. Kredyt hipoteczny oprocentowany na poziomie 8%, miał być spłacany w okresie 25 lat równymi ratami płatnymi na końcu roku.
- Zaraz po zapłaceniu 10 raty kredytobiorca dokonał dodatkowej wpłaty spłacając 20% pozostałego zadłużenia.
- Kredytobiorca uzgodnił z bankiem, że dalsze spłaty kredytu będą dokonywane przez następne 15 lat ratami płatnymi na końcu roku, których wartość będzie się zmniejszać co roku o 2%, począwszy od drugiej raty płatnej w tym okresie.
- Wiadomo, że suma zapłaconych odsetek w ostatnich 5 latach wyniosła 27 428. Oblicz wartość udzielonego kredytu.
- Proszę podać najbliższą wartość.

- A) 400 000
- B) 420 000
- C) 440 000
- D) 460 000
- E) 480 000

9. Kredyt będzie spłacany w okresie 20 lat, ratami płatnymi na końcu każdego roku w sposób następujący:

- pierwsza rata równa jest R , a każda następna, w okresie pierwszych 12 lat jest większa od poprzedniej o X ,
- raty płatne na końcu roku 13, 14, ..., 20 spełniają warunek, że każda rata jest mniejsza od poprzedniej o 10%,
- oprocentowanie kredytu wynosi 7%.

Wiadomo, że stosunek wartości kapitału spłaconego w 15 racie do wartości kapitału spłaconego w 7 racie wynosi 1,346. Oblicz ile wynosi stosunek R/X .

Proszę podać najbliższą wartość.

- A) 30
- B) 32
- C) 34
- D) 36
- E) 38

10. Renta wieczysta wypłaca raty tylko w latach parzystych. Na końcu roku $2k$ wypłacana jest kwota

$$\frac{(1,1)^{k+1}}{2 \cdot k + 1}, \text{ gdzie } k = 1, 2, 3, \dots$$

Dla jakiej wartości czynnika dyskontującego wartość obecna tej renty wynosi 1,6593.

Proszę podać najbliższą wartość.

- A) 0,91
- B) 0,92
- C) 0,93
- D) 0,94
- E) 0,95

Dystrybuanta rozkładu normalnego N(0,1)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992
3.8	0.99993	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995
3.9	0.99995	0.99995	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997

Egzamin dla Aktuariuszy z 23 maja 2016 r.**Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko:

Pesel:

OZNACZENIE WERSJI TESTU

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	A	
2	C	
3	E	
4	B	
5	C	
6	D	
7	D	
8	B	
9	E	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.