Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XLVI Egzamin dla Aktuariuszy z 2 czerwca 2008 r.

1

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 2 czerwca 2008 r.

1. Rozważamy trzy populacje z następującymi funkcjami natężenia wymierania:

$\mu_x^{(1)} = 3{,}5$; $\mu_x^{(2)} = 2x$; $\mu_x^{(3)} = x^2$, dla $x > 0$.

Obliczyć $x > 0$ oraz $t > 0$ spełniające warunek:

$$ {}_tp_x^{(1)} = {}_tp_x^{(2)} = {}_tp_x^{(3)} $$

Wybrać wartości najbliższe.

(A) $x = 0{,}56$, $t = 2{,}25$

(B) $x = 0{,}58$, $t = 2{,}27$

(C) $x = 0{,}60$, $t = 2{,}29$

(D) $x = 0{,}62$, $t = 2{,}31$

(E) $x = 0{,}64$, $t = 2{,}33$.

2. Niech x będzie liczbą całkowitą dodatnią. Natomiast niech $u \in (0,1)$. Wówczas przy założeniu UDD składka jednorazowa $\bar{a}_{x+u}$ wyraża się wzorem:

(A)

$$\frac{q_x - \delta + u\delta q_x - e^{u\delta}(q_x + id\ddot{a}_x - i)}{\delta^2(uq_x - 1)}$$

(B)

$$\frac{q_x + \delta - u\delta q_x - e^{u\delta}(q_x + id\ddot{a}_x - i)}{\delta^2(uq_x - 1)}$$

(C)

$$\frac{q_x - \delta - u\delta q_x - e^{u\delta}(q_x - id\ddot{a}_x - i)}{\delta^2(uq_x - 1)}$$

(D)

$$\frac{q_x - \delta + u\delta q_x - e^{u\delta}(q_x - id\ddot{a}_x - i)}{\delta^2(uq_x - 1)}$$

(E)

$$\frac{q_x + \delta + u\delta q_x - e^{u\delta}(q_x + id\ddot{a}_x - i)}{\delta^2(uq_x - 1)}$$

3. Rozpatrujemy ciągły model ubezpieczenia. Dane są:

$\delta = 0{,}05$; $\bar{P}(\bar{A}_{30:\overline{20|}}) = 0{,}393385$; $\bar{P}(\bar{A}_{30:\overset{1}{\overline{20|}}}) = 0{,}339972$.

Obliczyć przybliżoną wartość:

$$\bar{P}\left(\bar{A}_{30:\overline{20\frac{1}{12}|}}\right)$$

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,380823

(B) 0,385823

(C) 0,390823

(D) 0,395823

(E) 0,400823.

4. Za jednorazową składkę brutto $G = 25$ osoba w wieku (65), wylosowana z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$, kupuje polisę emerytalną, która będzie jej wypłacać rentę dożywotnią z intensywnością 1 na rok (model ciągły) a dodatkowo w przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku $65 + G$ wypłaci uposażonym kwotę $G - T(65)$. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}02$. Obliczyć jaki procent składki brutto zajmuje składka netto.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 74,6%

(B) 78,6%

(C) 82,6%

(D) 86,6%

(E) 90,6%.

5. Rozpatrujemy ubezpieczenie dyskretne ogólnego typu dla (30) o następujących parametrach. Świadczenia śmiertelne c_{k+1} „dochodzą" do poziomu 100000 zł przez pierwsze 5 lat; dokładniej:
$c_1 = 20000$, $c_2 = 40000$, $c_3 = 60000$, $c_4 = 80000$ oraz
$c_{k+1} = 100000$ dla $k + 1 \geq 5$.
Regularne składki netto π_j również rosną liniowo do docelowego poziomu π:
$\pi_0 = \frac{\pi}{5}$, $\pi_1 = \frac{2\pi}{5}$, $\pi_2 = \frac{3\pi}{5}$, $\pi_3 = \frac{4\pi}{5}$ oraz
$\pi_j = \pi$ dla $j \geq 4$.

Obliczyć rezerwę składek netto po 5 latach.

Dane są:

$R_{30} = 228700{,}26$; $S_{30} = 9436053{,}45$;

$D_{35} = 24226{,}77$; $M_{35} = 6756{,}7639$; $N_{35} = 454220.222$; $R_{35} = 194063{,}86$; $S_{35} = 6764065{,}32$.

(A) 3586

(B) 3606

(C) 3626

(D) 3646

(E) 3666.

6. Rozważamy ubezpieczenie 40-letnie na życie dla (25), które wypłaca 100000 zł w chwili śmierci. Składki netto płacone są w postaci renty życiowej ciągłej (nie dłużej niż przez najbliższe 40 lat) z odpowiednio dobraną stałą intensywnością

$$\bar{P}\left(\bar{A}^{1}_{25:\overline{40}|}\right) \cdot 100000 = 500.$$

Niech dalej t_{max} oznacza moment w którym rezerwa $V(t)$ osiąga wartość maksymalną. Obliczyć $V(t_{max})$, jeżeli wiadomo, że:
$\mu_{25+t_{max}} = 0{,}01$ oraz $\delta = 0{,}05$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 8133 zł

(B) 8333 zł

(C) 8533 zł

(D) 8733 zł

(E) 8933 zł.

7. Rozważamy polisę ciągłą ogólnego typu o następujących parametrach.
Ubezpieczony (x) pochodzi z populacji o wykładniczym rozkładzie trwania życia z $\mu_{x+t} = const = 0{,}01$. W przypadku śmierci w wieku $x + t$ zostanie wypłacone świadczenie w wysokości $c(t)$. Składki netto są opłacane za pomocą renty życiowej ciągłej ze stałą intensywnością $\pi(t) = const = 0{,}02$, natomiast rezerwa $V(t)$ ewoluuje zgodnie ze wzorem $V(t) = 0{,}01t$. Techniczna intensywność oprocentowania δ wynosi $\delta = 0{,}05$.
Obliczyć wariancję straty ubezpieczyciela $Var(L)$ na moment wystawienia polisy.

(A) 0,13

(B) 0,15

(C) 0,17

(D) 0,19

(E) 0,21

8. Niech $T(m)$ oznacza dalsze trwanie życia męża, obecnie w wieku (30).

Podobnie, niech $T(k)$oznacza dalsze trwanie życia żony, obecnie w wieku (20). Gęstość $g(u,v)$ rozkładu łącznego $(T(m),T(k))$ dana jest wzorem;

$$g(u,v)=\frac{1}{8000}-\frac{(u-40)\cdot(v-50)}{16000000}$$

dla $0\leq u\leq 80, 0\leq v\leq 100$. Obliczyć współczynnik korelacji zmiennych $T(m)$ i $T(k)$.

(A) -0,30

(B) -0,33

(C) -0,36

(D) -0,39

(E) 0.

9. Żona (60) należy do populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega_k = 120$. Natomiast mąż (65) należy do populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega_m = 90$. Za jednorazową składkę netto $SJN = 1$ mogą kupić jedną z emerytur małżeńskich typu $EM(a, b)$, gdzie $a \geq 0, b \geq 0$. Wypłaty emerytury z polisy $EM(a, b)$ dokonywane są w formie renty życiowej ciągłej z intensywnością a na rok póki oboje żyją, a po pierwszej śmierci owdowiałej osobie wypłaca się z intensywnością b aż do jej śmierci. Obliczyć parametry a, b dla których najmniejsza jest wariancja straty ubezpieczyciela $Var(L)$ na moment wystawienia polisy.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}03$.

Wybierz wartości najbliższe.

(A) $a = 0{,}045$; $b = 0{,}037$

(B) $a = 0{,}049$; $b = 0{,}039$

(C) $a = 0{,}053$; $b = 0{,}041$

(D) $a = 0{,}057$; $b = 0{,}043$

(E) $a = 0{,}061$; $b = 0{,}045$.

10. Pracownicy przedsiębiorstwa ABZ pochodzą z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$, przy czym dla każdej liczby całkowitej $x \in [20,60]$, zatrudnionych jest dokładnie $100 - x$ pracowników w wieku x. Ubezpieczenie grupowe , którym objęci są wszyscy pracownicy polega na tym, że w przypadku śmierci w wieku $x + t$ uposażeni pracownika otrzymają świadczenie 2 gdy $0 < t < 5$, albo 4, gdy $5 < t < 15$. Suma ubezpieczenia wypłacana jest w chwili śmierci. Gdy pracownik w początkowym wieku x dożyje wieku $x + 15$ polisa wygasa. Wszyscy pracownicy niezależnie od początkowego wieku zapłacą taką samą („uśrednioną") składkę. Jaki procent pracowników będzie subsydiował to ubezpieczenie grupowe? Przeprowadzić rachunki netto. Przyjąć techniczną intensywność oprocentowania na poziomie $\delta = 0{,}07$.

Podaj odpowiedź najbliższą.

(A) 51,3%

(B) 54,3%

(C) 57,3%

(D) 60,3%

(E) 63,3%

XLVI Egzamin dla Aktuariuszy z 2 czerwca 2008 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja •
1	C	
2	A	
3	A	
4	D	
5	A	
6	B	
7	E	
8	B	
9	E	
10	C	

· Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.
· Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.