Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LII Egzamin dla Aktuariuszy z 15 marca 2010 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

1. Dana jest liczba całkowita dodatnia x oraz liczba $t\in(0,1)$. Wiadomo, że

$$_t q_x^{(UDD)} = 0{,}01800; \qquad _t q_x^{(B)} = 0{,}01822.$$

Obliczyć

$$_t q_x^{(CF)}$$

Wyjaśnienie:
Skróty (UDD), (B) oraz (CF) odnoszą się odpowiednio do popularnych założeń interpolacyjnych: UDD, Balducciego i założenia o stałej intensywności śmiertelności (constant force).

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,01787

(B) 0,01795

(C) 0,01803

(D) 0,01811

(E) 0,01819.

2. Rozważamy (25) wylosowanego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Za jednorazową składkę netto SJN kupił on ubezpieczenie na życie, które wypłaci 1 w chwili śmierci. Niech Z oznacza wartość obecną świadczenia na moment wystawienia polisy. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia

$\Pr\left(|Z - SJN| < \sqrt{Var(Z)}\right)$

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}03$.
Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,55

(B) 0,60

(C) 0,65

(D) 0,70

(E) 0,75.

3. Rozważamy (33) wybranego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 132$. Za składkę jednorazową w wysokości $SJ = v^{E(T(33))}$ kupił ubezpieczenie na życie, które wypłaci 1 w chwili śmierci. Obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że wartość zakumulowana składki SJ na moment śmierci jest większa niż 1.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}04$.
Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) $0{,}46$

(B) $0{,}48$

(C) $0{,}50$

(D) $0{,}52$

(E) $0{,}54$.

4. Rozważmy ubezpieczenie na życie dla (x), które wypłaci 1 na koniec roku śmierci. (x) płaci regularne coroczne składki w wysokości P_x aż do śmierci. Dane są:

$i = 0{,}05$; $l_{x+20} = 86750$; $l_{x+21} = 85780$; $l_{x+22} = 84750$

oraz

$\pi_{20}^{r} = 0{,}00805176$; $\pi_{21}^{r} = 0{,}00850703$.

Obliczyć wartość A_x.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,14

(B) 0,15

(C) 0,16

(D) 0,17

(E) 0,18

5. Rozważamy dwóch emerytów: Bolka (70) i Lolka (75). Każdy z nich, w wieku (65) kupił za jednorazową składkę netto ubezpieczenie emerytalne, które wypłaca co roku 1 (na początku roku) aż do śmierci. Tak więc Bolek pobiera emeryturę od 5 lat, a Lolek od 10 lat.
Dane są

$i = 5\%\ ; A_{70} = 0{,}62;\quad A_{75} = 0{,}69.$

Zakładamy, że dalsze trwania życia Bolka i Lolka są niezależne.

Zdarzenie, że polisa Lolka przyniesie ubezpieczycielowi stratę netto i równocześnie polisa Bolka nie przyniesie straty opisuje poprawnie formuła:

(A) $K(70) \le 9$ oraz $K(75) \ge 8$

(B) $K(70) \le 8$ oraz $K(75) \ge 8$

(C) $K(70) \le 7$ oraz $K(75) \ge 7$

(D) $K(70) \le 8$ oraz $K(75) \ge 7$

(E) $K(70) \le 9$ oraz $K(75) \ge 7$.

6. Niech $SJN(n,a,b)$ oznacza składkę jednorazową netto za ubezpieczenie ciągłe n-letnie na życie i dożycie dla (x), które wypłaci a w chwili śmierci, gdy ubezpieczony (x) umrze w ciągu n-lat, albo b, gdy dożyje wieku $x+n$. Dane są:

$i = 5\%$; $SJN(n,2{,}3) = 0{,}474219$; $SJN(n,5{,}7) = 1{,}1388$.

Obliczyć przybliżoną wartość $SJN\left(n+\frac{1}{12},1{,}1\right)$.
Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,1896

(B) 0,1898

(C) 0,1900

(D) 0,1902

(E) 0,1904.

7. (65) wybrany z populacji de Moivre'a z wiekiem nieprzekraczalnym $\omega = 100$ rozważa zakup za jednorazową składkę netto 1 jednej z następujących polis emerytalnych:

- P1 będzie wypłacać mu do końca życia z roczną intensywnością $E1$ oraz dodatkowo w przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku 70 wypłaci rodzinie jednorazowe świadczenie śmiertelne w wysokości $(5-t)/5$, gdy umrze w wieku $65+t$.
- P2 będzie wypłacać mu do końca życia z roczną intensywnością $E2$ oraz dodatkowo w przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku 75 wypłaci rodzinie jednorazowe świadczenie śmiertelne w wysokości $(10-t)/10$, gdy umrze w wieku $65+t$.

Obliczyć $E2/E1$. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}03$. Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) $0{,}9039$

(B) $0{,}9139$

(C) $0{,}9239$

(D) 0,9339

(E) $0{,}9439$.

8. W modelu szkodowości dwojakiej dane są funkcje intensywności poszczególnych szkód:

$\mu_{1,x+t} = \frac{1}{\omega_1 - t}$ dla $0 \le t < \omega_1$ oraz $\mu_{2,x+t} = \frac{1}{\omega_2 - t}$ dla $0 \le t < \omega_2$,

przy czym $\omega_1 < \omega_2$. Wiadomo ponadto, że

$\Pr\left(J = 2 \middle| T > \frac{\omega_1}{2}\right) = 0{,}269737.$

Obliczyć

$\Pr\left(J = 1 \middle| T < \frac{\omega_1}{2}\right).$

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,61

(B) 0,64

(C) 0,67

(D) 0,70

(E) 0,73.

9. On (y) jest wylosowany z populacji Gompertza a ona (x) z populacji Weibulla. Dane są:
$\bar{a}_{x:y} = 7, \mu_x = 0{,}02$, $\bar{a}_{x+\frac{1}{12}:y} = 6{,}98$ oraz $\delta > 0$.
Obliczyć przybliżoną wartość składki jednorazowej netto za ubezpieczenie, które wypłaci 1 w chwili śmierci (x), ale tylko wtedy, gdy (x) umrze wcześniej niż (y). Zakładamy, że ich życia są niezależne.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 0,28

(B) 0,38

(C) 0,48

(D) 0,58

(E) 0,68.

10. Rozważamy dwie osoby; jedną w wieku (x) a drugą w wieku (y). Załóżmy, że zmienne losowe $T(x)$ oraz $T(y)$ opisujące dalsze trwanie życia są niezależne. Dane są wartości

$E(T(x)) = 12$, $E(T(x:y)) = 9$, $Cov(T(x:y), T(\overline{x:y})) = 30$.

Obliczyć $E(T(y))$.

Wybrać odpowiedź najbliższą.

(A) 18

(B) 19

(C) 20

(D) 21

(E) 22.

LII Egzamin dla Aktuariuszy z 15 marca 2010 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

A
Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	C	
3	C	
4	B	
5	D	
6	C	
7	D	
8	A	
9	B	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*
♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.