

**Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy**

**LIII Egzamin dla Aktuariuszy z 31 maja 2010 r.**

**Część II**

**Matematyka ubezpieczeń życiowych**

**Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: .....**

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 31 maja 2010 r.

1. Niech  $T(x)$  oznacza dalsze trwanie życia ( $x$ ) oraz  $K(x) = [T(x)]$  niech oznacza część całkowitą  $T(x)$ . Niech dalej  $e_x = E(K(x))$ . Dane są
- $$e_x = 48,26 \quad , \quad q_x = 0,00136 \quad , \quad q_{x+1} = 0,00136 \quad , \quad q_{x+2} = 0,00134 .$$
- Obliczyć  $e_{x+3}$ .

Wybierz odpowiedź najbliższą.

- A) 45,15                      (B) 45,25                      (C) 45,35                      (D) 45,45  
(E) 45,55

2. Rozważamy ubezpieczenie spłaty kredytu hipotecznego 30 – letniego wysokości 1 zł , który zaciągnął (25) wylosowany z populacji de Moivre’a z wiekiem granicznym  $\omega = 100$ . Intensywność oprocentowania kredytu wynosi  $\Delta = 0,12$  w skali roku. Kredyt jest spłacany w postaci renty ciągłej z odpowiednio dobraną stałą intensywnością. W przypadku śmierci kredytobiorcy w ciągu najbliższych 30 lat ubezpieczyciel spłaci natychmiast kredytodawcy niespłaconą część kredytu. Obliczyć składkę jednorazową netto  $S/N$  za to ubezpieczenie. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi  $\delta = 0,04$ . Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,14            (B) 0,19            (C) 0,24            (D) 0,29  
(E) 0,34

3. Osoba urodzona 1 lipca zawarła 1 października, w wieku  $(x + \frac{1}{4})$  lat ubezpieczenie rentowe na 3 wypłaty po 10 000 zł płatne w kolejne 3 daty 1 stycznia.

Podaj jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli

$$q_x = q_{x+1} = 0,12 \quad q_{x+2} = 0,16 \quad v = 0,95$$

oraz śmiertelność w ciągu każdego roku życia ma rozkład zgodny z hipotezą Balducciego. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 24 062      (B) 24 083      (C) 24 104      (D) 24 125  
(E) 24 146

4. Rozważamy ubezpieczenie bezterminowe na życie dla (25), które jest opłacane za pomocą renty życiowej corocznych składek w wysokości netto  $P_{25}$ . Na koniec roku śmierci ubezpieczonego będzie wypłacona suma ubezpieczenia 1 zł. Korzystając z założenia UDD obliczyć rezerwę składek netto

$${}_{34}V_{25}$$

Dane są

$$i = 5\%, \quad q_{59} = 0,02256, \quad A_{25} = 0,147; \quad A_{60} = 0,493$$

- (A) 0,4025      (B) 0,4030      (C) 0,4035      (D) 0,4040  
(E) 0,4045

5. Rozpatrujemy dyskretny typ  $n$ -letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 1000 zł i składką płatną przez  $n$  lat ubezpieczenia. Po  $k$  latach ubezpieczenia ubezpieczony zaprzestał płacenia składek i może wybrać jeden z dwóch, aktuarialnie równoważnych, sposobów konwersji swej polisy:
- bezterminowe ubezpieczenie na życie z sumą ubezpieczenia 1900 zł,
  - terminowe,  $(n-k)$ -letnie ubezpieczenie na życie i dożycie ze świadczeniem śmiertelnym  $S$  oraz sumą ubezpieczenia za dożycie 1000 zł.

Wyznacz sumę ubezpieczenia za śmierć  $S$ . Dane są:

$$\frac{A_{x+k:\overline{n-k}|}}{A_{x+k}} = 1,6 \quad \frac{A^1_{x+k:\overline{n-k}|}}{{}_{n-k}E_{x+k}} = 0,3 .$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 1791                      (B) 1812                      (C) 1833                      (D) 1854  
(E) 1875

6. (25) płaci regularne coroczne składki w wysokości  $P$  aż do osiągnięcia wieku 60. Od tego momentu zacznie otrzymywać emeryturę dożywotnią w wysokości 1 na rok. Dane są:

$$i = 5\%, \quad \text{Var}(A_{33}) = 1,42026; \quad N_{60} = 41942, \quad D_{60} = 3940$$

oraz

$$l_{25} = 96969; \quad l_{58} = 76909; \quad l_{59} = 75301; \quad l_{60} = 73602$$

Oblicz  $P$ . Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,07                      (B) 0,08                      (C) 0,09                      (D) 0,10  
(E) 0,11

7. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie ciągłego typu z sumą ubezpieczenia 10 000 zł i ze składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia ze stałą intensywnością. Jednorazowe koszty wystawienia polisy wynoszą 3 % sumy ubezpieczenia i są rezerwowane metodą Zillmera. Roczna intensywność kosztów administracyjnych rośnie równomiernie od 10% sumy ubezpieczenia w momencie wystawienia polisy do 20% w momencie wygaśnięcia polisy z powodu dożycia. Wyznacz różnicę między rezerwą brutto a rezerwą netto po 10 latach ubezpieczenia, jeśli populacja ubezpieczonych ma wykładniczy rozkład czasu trwania życia z parametrem  $\mu = 0,04$  oraz  $\delta = 0,06$ . Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 1930                      (B) 1970                      (C) 2010                      (D) 2050  
(E) 2090



8. W modelu szkodowości dwojakiej dane są funkcje intensywności poszczególnych szkód:

$$\mu_{1,x+t} = \frac{2}{80-t} \quad , \quad \mu_{2,x+t} = \frac{1}{\omega-t}.$$

Wiadomo ponadto, że

$$\Pr(J = 1) = \Pr(J = 2).$$

Oblicz  $\omega$ .

- (A)  $\omega = 40$       (B)  $\omega = 45$       (C)  $\omega = 50$       (D)  $\omega = 55$   
(E)  $\omega = 60$

9. Rozpatrujemy ciągły typ ubezpieczenia dla  $(x=65)$  oraz  $(y=60)$ , które w pierwszych 5 latach ubezpieczenia wypłaca jednorazowo 10 000 w chwili śmierci  $(x)$ , jeśli  $(y)$  żyje, a następnie (niezależnie od daty śmierci  $(x)$ ) 5 lat po śmierci  $(x)$ , jeśli  $(y)$  nadal żyje, zaczyna wypłacać  $(y)$  dożywotnią rentę z intensywnością 10 000 na rok. Podaj jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli obydwa życia  $(x)$  i  $(y)$  są niezależne, mają wykładniczy rozkład czasu trwania życia  $\mu_x = 0,03$ ,  $\mu_y = 0,02$  oraz  $\delta = 0,05$ . Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 26 050      (B) 27 480      (C) 29 840      (D) 31 380  
(E) 32 620

10. Rozpatrujemy kohortę uczestników planu emerytalnego w wieku 45 lat. Plan dopuszcza przejście na emeryturę w wieku między 55 a 65 lat.

Prawdopodobieństwo utrzymania aktywnego statusu opisuje  ${}_t p_{45}^{(\tau)} = \frac{40-t}{40}$  dla

$0 \leq t < 20$ , a intensywność przejścia na emeryturę  $\mu_{45+t}^{(r)} = \frac{1}{60-t}$  dla  $10 \leq t < 20$ .

Osoby, które osiągną wiek 65 lat w stanie aktywnym, przechodzą natychmiast na emeryturę.

Roczna kwota emerytury jest równa 4% sumy wynagrodzeń z całego okresu zatrudnienia. Tegoroczna płaca 45-letniego uczestnika wynosi 50 000. Wyznacz tegoroczną składkę emerytalną dla 45-letniego uczestnika. Przyjmij, że całe roczne wynagrodzenie jest wypłacane na początku roku oraz że emerytura jest płatna ze stałą intensywnością. Dane są:

$$\delta = 0,05 \qquad \bar{a}_{45+t} = 20 - \frac{t}{3} \quad \text{dla } 10 \leq t \leq 20.$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 6 570      (B) 6 660      (C) 6 750      (D) 6 840  
(E) 6 930

**LIII Egzamin dla Aktuariuszy z 31 maja 2010 r.****Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi\***

Imię i nazwisko : .....Klucz odpowiedzi.....

Pesel .....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja <sup>♦</sup>
1	D	
2	B	
3	A	
4	A	
5	B	
6	C	
7	E	
8	C	
9	D	
10	E	

---

\* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.