Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LV Egzamin dla Aktuariuszy z 13 grudnia 2010 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 13 grudnia 2010 r.

1. Niech $\dot{e}_{x:\overline{n}|} = E(\min(T(x), n))$ oznacza średnią liczbę lat życia, które przeżyje (x), wylosowany z rozważanej populacji, w ciągu najbliższych n lat. Dane są:

$\dot{e}_{x:\overline{n}|} = 21$, $\mu_x = 0{,}015$, $l_x = 86752$, $l_{x+n} = 12469$.

Oblicz przybliżoną wartość $\dot{e}_{x-\frac{1}{12}:\overline{n}|}$. Wybierz najbliższą odpowiedź.

(A) 21,015 (B) 21,025 (C) 21,035 (D) 21,045

(E) 21,055

2. Rozpatrujemy ubezpieczenie bezterminowe ciągłe dla (x), odroczone o m lat. Wypłaci ono 1 w chwili śmierci, ale tylko wtedy, gdy ubezpieczony dożyje do wieku $x+m$. Ubezpieczenie to będzie opłacane za pomocą m-letniej renty życiowej ciągłej składek o odpowiednio dobranej stałej gęstości $\overline{P}$. Wówczas prawdziwy jest wzór:

(A) $$\frac{\partial \overline{P}}{\partial m} = \left(\overline{P}\left(\overline{A}_{x:\overline{m}|}\right) + \delta\right)\left(\mu_{x+m} - \overline{P}\right)$$

(B) $$\frac{\partial \overline{P}}{\partial m} = -v^{m}\,{}_{m}p_{x}\left(\overline{P}\left(\overline{A}_{x:\overline{m}|}\right) - \delta\right)\left(\mu_{x+m} + \overline{P}\right)$$

(C) $$\frac{\partial \overline{P}}{\partial m} = -v^{m}\,{}_{m}p_{x}\left(\overline{P}\left(\overline{A}_{x:\overline{m}|}\right) + \delta\right)\left(\mu_{x+m} + \overline{P}\right)$$

(D) $$\frac{\partial \overline{P}}{\partial m} = -v^{m}\,{}_{m}p_{x}\left(\overline{P}\left(\overline{A}_{x:\overline{m}|}\right) + \delta\right)\left(\mu_{x+m} - \overline{P}\right)$$

(E) $$\frac{\partial \overline{P}}{\partial m} = \left(\overline{P}\left(\overline{A}_{x:\overline{m}|}\right) + \delta\right)\left(\mu_{x+m} + \overline{P}\right)$$

3. Osoba urodzona 2 lipca kupuje w wieku $\left(x+\frac{1}{2}\right)$ 20-letnią rentę życiową, wypłacającą 10 000 zł każdego 2 stycznia (od zaraz). Podaj jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeżeli:

$\ddot{a}_{x:\overline{20|}} = 7{,}8149$ $\quad q_x = 0{,}0505$ $\quad {}_{20}q_x = 0{,}9070$ $\quad i = 5\%$.

Przyjmij, że śmiertelność ma jednostajny rozkład w każdym roczniku. Zwróć uwagę na dokładność obliczeń. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 76 920 (B) 76 950 (C) 76 980 (D) 77 010
(E) 77 040

4. Rozważamy model ciągły ubezpieczenia ogólnego typu dla (x), gdzie x jest liczbą całkowitą. Wiadomo, że dla każdego $t \in (25, 26)$ mamy:

$$\pi(t) \equiv const = 0{,}17\,, \quad c(t) \equiv const = 5\,, \qquad q_{x+25} = 0{,}03\,, \quad \delta = 0{,}02\ .$$

Wiedząc, że $\overline{V}(25) = 2$ obliczyć przybliżoną wartość $\overline{V}(25\frac{3}{4})$.

Wskazówka. Można skorzystać z założenia interpolacyjnego CF (*constant force*). Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 2,06 (B) 2,09 (C) 2,12 (D) 2,15

(E) 2,18

5. Rozważamy ubezpieczenie malejące 30-letnie dla (25), które będzie opłacane w formie 30-letniej renty życiowej składek o tej samej corocznej wysokości P. W przypadku śmierci ubezpieczonego w ciągu najbliższych 30 lat, na koniec roku śmierci zostanie wypłacona kwota $30-[T(25)]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby rzeczywistej y. Oblicz ${}_{15}V$, czyli rezerwę składek netto po 15 latach trwania ubezpieczenia. Dane są:

$i = 5\%$	$D_x = 28\,635$	$D_{x+15} = 13\,260$	$D_{x+30} = 5\,548$
	$M_x = 4\,198$	$M_{x+15} = 3\,508$	$M_{x+30} = 2\,389$
$(DA)^1_{x:\overline{15}\rceil} = 0{,}180129$		$R_{x+15} = 81\,074$	$R_{x+30} = 35\,783$

(w powyższych wzorach $x = 25$).

Wybierz najbliższą odpowiedź.

(A) 0,077 (B) 0,177 (C) 0,277 (D) 0,377

(E) 0,477

6. Rozpatrujemy dyskretny model 30-letniego ubezpieczenia na życie ze składką roczną 1000 zł płatną na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Podaj wysokość sumy ubezpieczenia, jeśli po 10 latach rezerwa składek netto osiągnęła 6965 zł. Dane są:

$N_x = 1\,818\,855$ $\quad N_{x+10} = 872\,015$ $\quad N_{x+11} = 804\,490$

$M_x = 29\,778$ $\quad M_{x+10} = 23\,925$ $\quad M_{x+11} = 23\,241$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 79 420 (B) 79 920 (C) 80 420 (D) 80 920
(E) 81 420

7. Rozpatrujemy dyskretny model bezterminowego ubezpieczenia na życie ze składką netto $P_x = 0{,}0449$ płatną na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Na koniec *k*-tego roku ubezpieczenia (przed zapłaceniem składki za następny rok) ubezpieczyciel obliczył zysk inwestycyjny przypadający ubezpieczonemu i zaproponował dwa równoważne sposoby jego wykorzystania:

1) jednorazowy wzrost przyszłych składek i świadczeń o $z_1 = 5\%$,

2) jednorazowy wzrost świadczenia o z_2 punktów procentowych, bez wzrostu przyszłych składek.

Podaj wysokość z_2. Wiadomo, że składka $P_{x+k} = 0{,}0775$ oraz $v = 0{,}95$ a także $q_{x+k} = 0{,}065$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 2,1 (B) 2,2 (C) 2,3 (D) 2,4
(E) 2,5

8. Polisa emerytalna dla pary (x) i (y) polega na tym, że przez najbliższe 40 lat, lub do pierwszej śmierci, będą płacić składkę w postaci renty życiowej ciągłej z odpowiednio dobraną stałą intensywnością netto $\overline{P}$. Jeżeli w ciągu tych 40 lat ona (x) umrze jako pierwsza, to on dostanie natychmiast świadczenie w wysokości 15; natomiast jeżeli w ciągu tych 40 lat on (y) umrze jako pierwszy, to ona dostanie natychmiast świadczenie 10. W przypadku, gdy oboje przeżyją najbliższe 40 lat, zostaje uruchomiona emerytura, która w formie renty życiowej ciągłej wypłaca z roczną intensywnością 1 aż do drugiej śmierci. Obliczyć składkę $\overline{P}$. Ona (x) jest wylosowana z populacji wykładniczej z parametrem $\mu^{(k)} \equiv 1/200$; on (y) jest wylosowany z populacji wykładniczej z parametrem $\mu^{(m)} \equiv 1/100$. Zakładamy, że $T(x)$ i $T(y)$ są niezależne. Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}04$.

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,34 (B) 0,36 (C) 0,38 (D) 0,40

(E) 0,42

9. Na osobę (x) wystawiono roczne ubezpieczenie rentowe, wypłacające 10 000 na koniec każdego kwartału. Ubezpieczony został zaliczony do populacji, której odpowiada $p_x = 0{,}94$. W populacji tej śmiertelność ma w ciągu roku jednostajny rozkład.

W momencie zawierania ubezpieczenia wiadomo, że ubezpieczony podda się za 8 miesięcy krótkiej operacji, którą przeżywa tylko 60% pacjentów. Jeśli pacjent przeżyje operację, to jej wpływ na zdrowie i szanse dalszego życia może się ujawnić nie wcześniej niż po pół roku.

Wyznacz składkę netto za to ubezpieczenie przy v=0,95. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 30 000 (B) 30 050 (C) 30 100 (D) 30 150
(E) 30 200

10. Plan emerytalny składa się z części (1) typu *contribution-defined* oraz z części (2) *benefit-defined*. W pierwszej części płacona jest składka w wysokości 10% wynagrodzenia. Druga część dopełnia łączną emeryturę do 60% płacy finalnej, czyli płacy z ostatniego roku zatrudnienia.

Rozważ 45-letniego uczestnika planu (urodzonego 1 stycznia) z płacą rosnącą o 4% na początku każdego roku i wynoszącą obecnie (po tegorocznej podwyżce) 50 000 zł oraz z kapitałem w planie (1) w wysokości 80 000. Przyjmij, że składka jest płacona raz w roku, w połowie roku. Zakładając przejście na emeryturę w wieku 65 lat, podaj udział emerytury z pierwszej części planu w całej emeryturze. Dane są:

$i = 5\%$ $\qquad \ddot{a}_{65}^{(12)} = 9{,}8$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 66,5% (B) 68,0% (C) 69,5% (D) 71,0%
(E) 72,5%

LV Egzamin dla Aktuariuszy z 13 grudnia 2010 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi........................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	C	
3	C	
4	B	
5	A	
6	E	
7	A	
8	A	
9	B	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.