

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LVI Egzamin dla Aktuariuszy z 4 kwietnia 2011 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 4 kwietnia 2011 r.

1. Dane są wartości:

$$e_{x:\overline{n}|} = E(\min(T(x), n)) = 43,79246 \text{ oraz } \text{Var}(\min(T(x), n)) = 419,960$$

Oblicz przybliżoną wartość $\bar{a}_{x:\overline{n}|}$ dla $\delta = 0,01$.

- (A) 22,10 (B) 27,10 (C) 32,10 (D) 37,10
(E) 42,10

2. Na osobę 60-letnią wystawiono ubezpieczenie rentowe, wypłacające dożywotnie świadczenie z intensywnością 10 000 na rok. Na hipotece nieruchomości zabezpieczono jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, płatną w momencie

$$\text{śmierci w wysokości } JSN_{60+T(60)} = 400\,000 - k \cdot e^{\delta \cdot T(60)} .$$

Dla populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 100$ oraz intensywności oprocentowania $\delta = 0,05$ podaj wysokość k , spełniającego zasadę aktuarialnej równoważności. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 8 845 (B) 9 245 (C) 9 645 (D) 10 045
(E) 10 465

3. Rozważamy ubezpieczenie na życie dla (25), które na koniec roku śmierci wypłaci $\min(K(25)+1, 5)$ zł. Na początku j -tego roku ubezpieczony płaci składkę w wysokości $\min(j, 5) \cdot P$, gdzie P skalkulowano na poziomie netto. Oblicz ${}_5V$ czyli rezerwę składek netto po 5 latach. Dane są:

$$i = 5\%, \quad R_{25} = 116\,029, \quad S_{25} = 9\,146\,994,$$
$$R_{30} = 102\,641, \quad S_{30} = 6\,664\,576, \quad \ddot{a}_{30} = 18,54690.$$

Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,08395 (B) 0,10395 (C) 0,12395 (D) 0,14395
(E) 0,16395

4. Rozważamy ubezpieczenie emerytalne dla (x) , które polega na tym, że przez najbliższe 35 lat będzie on płacił coroczną składkę netto w wysokości P . Po dożyciu do wieku $(x+35)$ zacznie otrzymywać emeryturę dożywotnią w wysokości 1 na początku każdego roku. W przypadku śmierci przed osiągnięciem wieku $x+35$ uposażeni otrzymają na koniec roku śmierci 50% sumy wpłaconych składek (bez odsetek). Dane są:

$$i = 5\%, \quad {}_{34}V = 8,53841; \quad {}_{36}V = 9,02911; \quad q_{x+34} = 0,03226$$
$$q_{x+35} = 0,03459$$

Oblicz P . Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,055 (B) 0,075 (C) 0,095 (D) 0,115
(E) 0,135

5. Rozważamy ubezpieczenie ciągle ogólnego typu z funkcją intensywności składki $\pi(t)$ oraz funkcją świadczenia śmiertelnego $c(t)$. Kontrakt skalkulowany jest na poziomie netto. Parametr $\delta > 0$ to techniczna intensywność oprocentowania.

Wiadomo ponadto, że dla każdego $t \leq 20$ zachodzi związek:

$$V(t) = \frac{c(t)\mu_{x+t} + 0,02 - \pi(t)}{\delta + \mu_{x+t}}.$$

Oblicz wartość $V(10)$. Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 0,2 (B) 0,25 (C) 0,3 (D) 0,35
(E) 0,4.

6. Rozważamy dyskretny typ n -letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 100 000 zł oraz roczną składką 2580 zł, płaconą przez cały okres ubezpieczenia.

Po k latach ubezpieczony chce utrzymać dotychczasową wysokość składki oraz pobrać bezzwrotnie 50 000 zł, zmniejszając w ten sposób rezerwę netto. Podaj nową sumę ubezpieczenia. Dane są:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 13,620 \qquad \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = 4,327 \qquad i = 5\%$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 33 000 (B) 34 000 (C) 35 000 (D) 36 000
(E) 37 000

7. W populacji z wykładniczym rozkładem czasu trwania życia, $\mu = 0,03$, rozpatrujemy ciągle ubezpieczenie na życie i dożycie, zawarte na 20 lat ze składką o stałej intensywności, płaconą przez cały okres ubezpieczenia. Po 10 latach ubezpieczony poprosił o zmianę warunków ubezpieczenia: obniżenie składki netto do $\frac{2}{3}$ dotychczasowego poziomu, utrzymanie dotychczasowej sumy ubezpieczenia oraz odpowiednie dostosowanie okresu ubezpieczenia (czyli także okresu płatności składek). Dla $\delta = 0,07$ podaj nowy okres trwania ubezpieczenia, liczony od momentu konwersji polisy. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 12,97 (B) 13,02 (C) 13,07 (D) 13,12
(E) 13,17

8. Rozważamy emeryturę małżeńską dla (x) oraz (y) . Ona (x) jest wylosowana z populacji wykładniczej z $\mu_{x+t} \equiv 0,01$. Natomiast on (y) jest wylosowany z populacji wykładniczej z $\mu_{y+t} \equiv 0,02$. Za jednorazową składkę netto SJN kupują następujące świadczenie emerytalne.

Póki żyją oboje i

$$t < \min (E(T(x)), E(T(y)))$$

otrzymują emeryturę z intensywnością A na rok (w postaci renty ciągłej). Gdy żyją oboje, ale

$$\min (E(T(x)), E(T(y))) < t < \max (E(T(x)), E(T(y)))$$

intensywność emerytury wynosi $0,9A$. Wreszcie, gdy żyją oboje, ale

$$t > \max (E(T(x)), E(T(y)))$$

intensywność świadczenia wynosi $0,8A$. Natomiast po pierwszej śmierci

intensywność świadczenia emerytalnego wynosi $0,7A$. Techniczna intensywność

oprocentowania wynosi $\delta = 0,03$. Oblicz SJN .

Zakładamy, że $T(x)$ i $T(y)$ są niezależnymi zmiennymi losowymi.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) $19A$ (B) $22A$ (C) $25A$ (D) $28A$
(E) $31A$.

9. Rozważamy roczne ubezpieczenie dla osoby (x) na kwotę 100 000 zł. Życie ubezpieczonego jest narażone na trzy niezależne od siebie ryzyka.

Pierwsze jest typowym demograficznym ryzykiem śmierci ${}_1q_x^{*(1)}$.

Drugie wiąże się ze specyficznym schorzeniem ubezpieczonego ${}_1q_x^{*(2)}$.

Trzecie wynika ze szczególnego trybu życia ubezpieczonego ${}_1q_x^{*(3)}$.

Wszystkie trzy ryzyka mają jednostajny rozkład w ciągu roku.

Osoba ta może kupić polisę na dożycie za składkę netto 58 140 zł. Podaj, ile kosztowałoby ubezpieczenie wypłacające na koniec roku 100 000 jedynie w przypadku śmierci spowodowanej trzecim ryzykiem. Dane są:

$${}_1q_x^{*(1)} = 0,05 \quad {}_1q_x^{*(2)} = 0,15 \quad v=0,96$$

- (A) 21 660 (B) 21 860 (C) 22 060 (D) 22 260
(E) 22 460

10. W pewnym planie emerytalnym przejście na emeryturę następuje nie później niż w wieku 60 lat ($l_{60}^{(\tau)} = 0$). Wiadomo, że aktywny (płacący składki) uczestnik planu w wieku (x) lat, przechodzi przed osiągnięciem 60 lat w stan nieaktywny zgodnie z prawem de Moivre'a z granicznym wiekiem 120 lat.

Wyznacz obecną wartość (na początek roku, przed zapłaceniem składki) przyszłych składek 40 letniego uczestnika planu, jeżeli wiadomo, że:

- składka płacona jest na początku każdego roku w wysokości 10% od 12 wynagrodzeń ze stycznia,
- obecne roczne wynagrodzenie 40 letniego uczestnika planu wynosi 50 000 zł,
- wynagrodzenie zmienia się raz w roku, tuż przed zapłaceniem składki, zgodnie

z formułą $S_{40+k} = \frac{1}{1 - 0.0125k}$,

- pracownicy, przechodzący na emeryturę dokładnie w wieku 60 lat, dostają w ostatnim dniu pracy jednorazową premię równą 12 wynagrodzeniom miesięcznym. Należna składka emerytalna (10% premii) pobierana jest w ostatnim dniu roku,
- $v = 0.95$.

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 56 115 (B) 58 315 (C) 60 515 (D) 62 715
(E) 65 915

LVI Egzamin dla Aktuariuszy z 4 kwietnia 2011 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	C	
2	E	
3	A	
4	B	
5	A	
6	E	
7	B	
8	C	
9	A	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.