Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LX Egzamin dla Aktuariuszy z 28 maja 2012 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 28 maja 2012 r.

1. Rozważamy populację, w której rozkład trwania życia spełnia dla każdego wieku $x > 0$ równanie

$$_{E(T(x))}p_x = const.$$

Załóżmy ponadto, że $\mu_x > 0$ dla $x > 0$. Wówczas dla każdego $x > 0$ zachodzi równość:

(A) $E(T(x)) = \dfrac{1}{\mu_{x+E(T(x))}}$

(B) $E(T(x)) = \dfrac{\mu_x}{\mu^2_{x+E(T(x))}}$

(C) $E(T(x)) = \dfrac{1}{\mu_x}$

(D) $E(T(x)) = \dfrac{\mu_{x+E(T(x))}}{\mu_x^2}$

(E) żaden z powyższych wzorów nie jest uniwersalnie prawdziwy.

2. Niech $\overline{P}(m,n)$ oznacza stałą intensywność składki netto, która będzie płacona przez (x) w formie m-letniej renty życiowej, za ubezpieczenie ciągłe n-letnie na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia **1**, przy czym $0 < m < n$. Dane są:

$\overline{A}_{x:\overline{n|}} = 0{,}188$; $\quad {}_{n}E_{x} = 0{,}093$; $\quad {}_{m}E_{x} = 0{,}352$

$\overline{a}_{x:\overline{m|}} = 12{,}854$; $\quad \delta = 0{,}0488$.

Oblicz przybliżoną wartość $\overline{P}(m+1,\, n+1)$. Wybierz wartość najbliższą.

(A) 0,0139 (B) 0,0142 (C) 0,0145 (D) 0,0148
(E) 0,0151

3. Rozważamy 25-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla osoby w wieku (x) z sumą ubezpieczenia 100 000 oraz składką płaconą na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Świadczenie śmiertelne jest wypłacane na koniec roku śmierci. Jeśli ubezpieczony nie ma nadwagi (*BMI*<45), to płaci składkę netto $P_{x:\overline{25|}}$, a jeżeli ma nadwagę, to jest traktowany jako osoba o 5 lat starsza i płaci składkę netto $P_{x+5:\overline{25|}}$. Aktuarialnie ekwiwalentne dla osoby z nadwagą jest również ubezpieczenie, w którym płaci ona składkę $P_{x:\overline{25|}}$, lecz ma zmniejszone świadczenie śmiertelne o kwotę D.

Wyznacz kwotę D (podaj najbliższą wartość). Dane są:

v=0,95 $\quad {}_{25}p_{x+5} = 0{,}442 \quad \ddot{a}_{x:\overline{25|}} = 12{,}800 \quad \ddot{a}_{x+5:\overline{25|}} = 12{,}108$

(A) 19 400 (B) 19 520 (C) 19 640 (D) 19 760
(E) 19 880

4. Rozpatrujemy ciągły model bezterminowego ubezpieczenia na życie w populacji o wykładniczym rozkładzie śmiertelności z parametrem $\mu = 0{,}04$. Za składkę, płatną przez cały okres ważności ubezpieczenia ze stałą intensywnością 1000 zł na rok, ubezpieczony otrzymuje polisę, która:

- wypłaca kwotę M w chwili śmierci, pod warunkiem utrzymania ważności ubezpieczenia,
- zwraca wpłacone składki bez oprocentowania, gdy ubezpieczony rezygnuje z kontynuacji ubezpieczenia.

Rezygnacje, podobnie jak śmiertelność, mają wykładniczy rozkład z parametrem $\rho = 0{,}06$. Podaj sumę ubezpieczenia M, jeżeli oprocentowanie ma intensywność $\delta = 0{,}05$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 14 000 (B) 14 500 (C) 15 000 (D) 15 500
(E) 16 000

5. Niech $Pol(a;b)$ oznacza polisę, kupioną za składkę jednorazową netto, która będzie ubezpieczonemu (x) wypłacać rentę dożywotnią ciągłą z intensywnością $b > 0$ oraz w chwili śmierci wypłaci uposażonym jednorazowo $a > 0$. Niech ponadto $Var(a;b)$ oznacza wariancję wartości obecnej świadczeń z tej polisy na moment jej wystawienia. O technicznej intensywności oprocentowania wiadomo, że spełnia nierówność $0 < \delta < 0{,}1$. Wiemy ponadto, że

$$Var(3;\,1) = Var(6;\,0{,}9) \cdot 1{,}4523$$

Oblicz $Var(8;\,0{,}8)/Var(3;\,1)$. Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,36 (B) 0,41 (C) 0,46 (D) 0,51
(E) 0,56

6. Rozważamy ciągły model ubezpieczenia ogólnego typu. Załóżmy, że przez cały czas w okresie od t_1 do t_2 (gdzie $0 < t_1 < t_2$) stosunek intensywności składki oszczędnościowej do rezerwy składek netto utrzymuje się na stałym poziomie $f > 0$. Wiadomo, że

$$V(t_1) = 0{,}4 ; \qquad V(t_2) = 0{,}9 .$$

Oblicz $V\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)$. Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,55 (B) 0,6 (C) 0,65 (D) 0,7
(E) za mało danych, aby to obliczyć.

7. Rozpatrujemy dyskretny model bezterminowego ubezpieczenia na życie, wypłacającego świadczenie śmiertelne 100 000 zł, w zamian za składkę płatną raz w roku przez cały okres ubezpieczenia.
Ubezpieczyciel opłaca jednorazowe koszty początkowe oraz ponosi na początku każdego roku ubezpieczenia stałą kwotę kosztów administracyjnych. W pierwszym roku bieżące płatności z tytułu obydwu kosztów przekroczyły o 2000 zł poziom składki brutto. Wiadomo, że strumień kosztów administracyjnych, zdyskontowanych na moment wystawienia polisy, jest dwukrotnie wyższy od kwoty kosztów początkowych. Oprócz wymienionych, ubezpieczyciel nie ponosi innych kosztów.
Wyznacz udział narzutu na koszty w składce brutto, jeśli dane są:

$$v = 0{,}95 \qquad \ddot{a}_x = 12{,}50 \ .$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 27,9% (B) 28,7% (C) 29,5% (D) 30,3%
(E) 31,1%

8. Niech $E(n)$ oznacza roczną intensywność ciągłej emerytury małżeńskiej dla (x) (ona) i (y) (on), kupionej za jednorazową składkę netto 1, która wypłaca aż do drugiej śmierci lub przez najbliższe n lat (w zależności co trwa dłużej). Zakładamy, że ich życia są niezależne. Wiadomo, że:

$\mu_{x+t} = const = 0{,}01$; $\mu_{y+t} = const = 0{,}02$; $\delta = 0{,}03$.

Oblicz $E(40)/E(0)$. Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,56 (B) 0,66 (C) 0,76 (D) 0,86
(E) 0,96

9. Na osobę x=60 wystawiono dożywotne ubezpieczenie rentowe wypłacające 36 000 zł na koniec każdego roku ubezpieczenia. Ubezpieczony został zaliczony do populacji de Moivre'a z parametrem $\omega_1 = 70$.

W momencie zawierania ubezpieczenia wiadomo, że ubezpieczony podda się za 8 miesięcy krótkiej operacji, którą przeżywa 50% pacjentów. W przypadku przeżycia operacji następuje natychmiastowa poprawa ogólnej kondycji i ubezpieczony przejdzie do populacji de Moivre'a z parametrem $\omega_2 = 90$.

Podaj jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeżeli $v = 0{,}95$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 155 500 (B) 160 000 (C) 164 500 (D) 169 000
(E) 173 500

10. Uczestnicy pewnego planu emerytalnego przystępują do planu w wieku 25 lat, a przechodzą na emeryturę w wieku 65 lat. Prawdopodobieństwo, że 25-letni uczestnik dojdzie w planie do emerytury wynosi 0,70 . Plan wystartował w momencie *t*=0 ze 100 uczestnikami w wieku 25 lat i od tej pory liczba wstępujących rośnie ze stałą intensywnością 4% na rok.

Plan wypłaca każdemu emerytowi taką sama emeryturę z intensywnością 12 000 zł na rok.

Wyznacz intensywność rocznego kosztu normalnego *P(t)* planu emerytalnego dla momentu *t*=60, jeśli $\delta = 0{,}04$ oraz $\bar{a}_{65} = 15$. Podaj najbliższą wartość.

(A)	27 801 740	(B)	27 861 760	(C)	27 921 780
(D)	27 981 800	(E)	28 041 820		

LX Egzamin dla Aktuariuszy z 28 maja 2012 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi..............................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	A	
2	A	
3	E	
4	C	
5	C	
6	B	
7	D	
8	E	
9	A	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi.*

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.