Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXVII Egzamin dla Aktuariuszy z 26 maja 2014 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: ....

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 26 maja 2014 r.

1. Wartości q_x są dla całkowitych x wzięte z tablic trwania życia; natomiast wartości typu q_{x+u}, gdzie x całkowite, a $u \in (0,1)$, są obliczane przy użyciu założenia UDD. Wiadomo, że

$$q_x = 0{,}80 \quad \text{oraz} \quad q_{x+0{,}5} = 0{,}816667.$$

Oblicz $q_{x+0{,}333}$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,806 (B) 0,807 (C) 0,808 (D) 0,809
(E) 0,810

2. Rozpatrujemy dyskretny model bezterminowego ubezpieczenia na życie dla (x), występującego w dwóch wariantach:

I. polisa I ma sumę ubezpieczenia 100 000 zł oraz dożywotnią roczną składkę netto 7 000 zł

II. polisa II jest wystawiona na kwotę 200 000 zł, lecz wymaga jednorazowej składki A oraz dożywotniej składki rocznej P. Obydwie składki, w ujęciu netto, zostały ustalone tak, by wariancja straty ubezpieczyciela (na moment wystawienia polisy) była o 100% wyższa od analogicznej wariancji w ubezpieczeniu I.

Podaj wysokość składki A, jeśli dla obydwu ubezpieczeń dane są: $i = 5\%$ oraz $\ddot{a}_x = 8{,}502$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 54 340 (B) 54 760 (C) 56 160 (D) 58 320
(E) 58 580

3. Rozpatrujemy ciągły typ ubezpieczenia rentowego dla osoby z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu trwania życia z parametrem $\mu = 0{,}06$. Ubezpieczenie wypłaca rentę z intensywnością ([x-a]+1), gdzie a oznacza wiek w momencie zakupu renty, x jest aktualnym wiekiem świadczeniobiorcy oraz symbol [ ] oznacza część całkowitą.

Podaj jednorazową składkę netto w terminowym ubezpieczeniu na 50 lat dla osoby w wieku $a = 40\frac{1}{2}$, jeśli intensywność oprocentowania $\delta = 0{,}04$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 97 (B) 98 (C) 99 (D) 100
(E) 101

4. W pewnej populacji typu de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega_1 = 86$ lat, ludzie zaczynają pracę w wieku $x = 25$ lat i przechodzą na emeryturę w wieku $x + m = 65$ lat. Pracując, odkładają składkę w formie renty życiowej ciągłej z intensywnością netto 1 na rok; po dożyciu wieku 65 zaczynają otrzymywać emeryturę w postaci renty życiowej ciągłej z intensywnością roczną netto E_1.

Rozważmy zmianę śmiertelności, która spowodowała powiększenie wieku granicznego do $\omega_2 = 88$ (rozkład jest dalej typu de Moivre'a) i zwiększenie wieku przechodzenia na emeryturę do $x + m + 2 = 67$ lat. Nie zmienił się sposób płacenia ani intensywność składki; natomiast nowa intensywność netto świadczenia emerytalnego to E_2.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}02$.

Oblicz E_2/E_1. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1,075 (B) 1,090 (C) 1,105 (D) 1,120
(E) 1,135

5. Rozważamy populację wykładniczą z $\mu_x \equiv \mu = 0{,}01$. Ubezpieczenie ciągłe ogólnego typu ma parametry (netto)

$$\pi(t) \equiv const = \bar{P} > 0, \qquad c(t) = ct, \quad \text{gdzie} \quad c > 0.$$

Rezerwa składek netto $\bar{V}(t)$ dana jest wzorem

$$\bar{V}(t) = t/5 .$$

Oblicz $\bar{P}$. Podaj najbliższą odpowiedź.

(A) 0,20 (B) 0,22 (C) 0,24 (D) 0,26
(E) 0,28

6. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie, które ma kilka wariantów różniących się okresem płacenia składek. We wszystkich przypadkach koszty administracyjne, ponoszone na początku każdego roku ważności ubezpieczenia, wynoszą γ % od złotówki sumy ubezpieczenia. Na koniec 10-tego roku, ubezpieczenie z 40-letnim okresem płatności składek miało rezerwę ${}^{(40)}_{10}V^{\gamma}_{x} = 0{,}01587$, lecz zostało przekształcone w (dożywotnie) ubezpieczenie z 20-letnią składką, wraz z odpowiednim przeliczeniem składek do zapłacenia w pozostałych 10 latach. Ile wynosi rezerwa ${}^{(20)}_{10}V^{\gamma}_{x}$ po konwersji tego ubezpieczenia? Dane są:

${}^{(40)}P^{\gamma}_{x} = 0{,}04117,$ czyli roczna składka na koszty administracyjne dla 40-letniej płatności składek (na 1 zł sumy ubezpieczenia),

${}^{(20)}P^{\gamma}_{x} = 0{,}05323,$ czyli roczna składka na koszty administracyjne dla 20-letniej płatności składek (na 1 zł sumy ubezpieczenia),

${}^{(10)}P_{x:\overset{1}{\overline{10|}}} = 0{,}07403$, czyli roczna składka netto w 10-letnim ubezpieczeniu na dożycie (na 1 zł sumy ubezpieczenia).

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,1788 (B) 0,1813 (C) 0,1838 (D) 0,1863
(E) 0,1888

7. Rozpatrujemy ciągłe ubezpieczenie rentowe dla (x), które po 40 latach płacenia składek ze stałą intensywnością $\bar{P}$ rozpoczyna wypłatę dożywotnich świadczeń. Wszyscy ubezpieczeni są sprawni w wieku (x). Ci którzy zostaną inwalidami przed wiekiem (x+40) przerywają płacenie składek i od wieku (x+40) uzyskują rentę z intensywnością roczną 15 000 zł. Sprawni w wieku (x+40) uzyskują świadczenie z intensywnością 10 000 zł i jeśli zostaną później inwalidami, uzyskują rentę podwyższoną do 15 000.

Zakładamy, że rozkład trwania życia nie zależy od tego, czy się jest inwalidą, czy nie, oraz że stan inwalidztwa jest nieodwracalny. Wyznacz roczną intensywność składki $\bar{P}$.

Dane są: $\mu_{x+t}^{(d)} = 0{,}02$ $\mu_{x+t}^{(i)} = 0{,}005$ $\delta = 0{,}03$.

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1 590 (B) 1 740 (C) 1 890 (D) 2 040
(E) 2 190

8. On (y) jest wylosowany z populacji wykładniczej z $\mu_y \equiv 1/60$; ona (x) z populacji wykładniczej z $\mu_x \equiv 1/90$. Rozważamy produkt emerytalny dla nich o następujących cechach.

Przez najbliższe $m = 40$ lat będą płacić składkę w formie renty ciągłej z intensywnością netto $\bar{P}$, gdy żyją oboje albo $0{,}4\bar{P}$, gdy żyje tylko jedno z nich.

Natomiast po 40 latach będzie wypłacana emerytura w postaci renty ciągłej

- z intensywnością 2 na rok, gdy żyją oboje,
- z intensywnością 1,2 na rok, gdy żyje tylko jedna osoba.

Oblicz $\bar{P}$.

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0{,}04$. Zakładamy, że ich życia są niezależne.

Wskaż najbliższą odpowiedź.

(A) 0,290 (B) 0,305 (C) 0,320 (D) 0,335
(E) 0,350

9. Ona (x) jest wylosowana z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym ω_k.

Natomiast on (y) jest wylosowany z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym ω_m. Wiadomo, że

$$\omega_k - x > 25, \omega_m - y > 10, \quad \omega_k - x > \omega_m - y + 5$$

oraz dane są prawdopodobieństwa

$$\Pr(T(x) \geq T(y) + 20 | T(y) \leq 5) = 0{,}678571$$

oraz

$$\Pr(T(x) \leq T(y) + 5 | T(y) \geq 10) = 0{,}428571 .$$

Zakładamy, że ich życia są niezależne. Oblicz $\Pr\big(T(x) \geq T(y)\big)$.

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,7140 (B) 0,7143 (C) 0,7146 (D) 0,7149
(E) 0,7152

10. Rozpatrujemy fundusz emerytalny gromadzący składki i wypłacający świadczenia. Wszyscy uczestnicy przystępują do planu emerytalnego w wieku a lat i przechodzą na emeryturę w wieku r lat.

Dane są trzy formuły:

(1) $$\frac{d}{dt}V(t) = P(t) + \delta \cdot V(t) - {}^{T}P(t) - B(t)$$

(2) $$\frac{d}{dt}Pa(t) = e^{-\delta(r-a)} \cdot {}^{T}P(t+r-a) + \delta \cdot \left[A(t) - V(t)\right] - P(t)$$

(3) $$A(t) = V(t) + Pa(t)$$

gdzie: $V(t)$ wartość w momencie t funduszu emerytalnego,

$P(t)$ intensywność w momencie t strumienia składki, odpowiadającej kosztowi normalnemu planu,

${}^{T}P(t)$ intensywność w momencie t kapitalizacji finalnej (T*erminal funding)*

$B(t)$ intensywność w momencie t świadczeń emerytalnych,

$Pa(t)$ wartość w momencie t nieskapitalizowanych, przyszłych zobowiązań funduszu,

$A(t)$ wartość w momencie t całkowitych zobowiązań funduszu,

δ intensywność oprocentowania.

Prawdziwe są:

(A) tylko (2) (B) tylko (3) (C) tylko (1) i (3)

(D) tylko (2) i (3) (E) wszystkie

LXVII Egzamin dla Aktuariuszy z 26 maja 2014 r.

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Arkusz odpowiedzi*

Imię i nazwisko : ....Klucz odpowiedzi.............................

Pesel ....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	D	
2	E	
3	E	
4	C	
5	A	
6	A	
7	C	
8	B	
9	B	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.