

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

LXIX Egzamin dla Aktuariuszy z 8 grudnia 2014 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 8 grudnia 2014 r.

1. Rozważamy (67), wylosowanego z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 95$, który za składkę jednorazową netto SJN kupił polisę emerytalną, która wypłaca mu rentę życiową ciągłą z intensywnością 1 na rok, aż do śmierci. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wartość obecna PV jego wszystkich świadczeń emerytalnych na moment wystawienia polisy przekroczy SJN.
- Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,02$. Wybierz odpowiedź najbliższą.

(A) 0,48
(E) 0,56

(B) 0,50

(C) 0,52

(D) 0,54

2. Śmiertelność danej populacji opisuje roczna tablica trwania życia. Wiadomo jednak, że w każdym roczniku spełnione są założenia UDD. Wyznacz wartość

$(\bar{IA})_{x:\overline{n}|}^1$, jeśli dane są:

$$i = 4\%$$

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = 0,1812$$

$$(IA)_{x:\overline{n}|}^1 = 3,1832$$

Wskaż najbliższą wartość.

(A) 3,1534

(B) 3,1767

(C) 3,2000

(D) 3,2232

(E) 3,2464

3. Rozważamy 40-letnie ubezpieczenie na życie dla (30), które wypłaci

$$c_{k+1} = 100000 + (k + 1)2500$$

na koniec roku śmierci, gdy $K(30) = k < 40$, lub 0 ,gdy $K(30) \geq 40$. Składki w stałej wysokości P będą płacone w postaci renty życiowej 40 –letniej, na początku każdego roku. Oblicz

$$\pi_{25}^s / \pi_{25}^r$$

jeżeli dane są $i = 5\%$ oraz:

	x=30	x=55	x=56	x=70
q_x	0,00194	0,01652	0,01788	0,04988
D_x	22 252	5 548	5 196	1 709
N_x	383 395	66 319	60 771	13 557
M_x	3 995	2 389	2 302	1 063
R_x	118 994	35 783	33 394	9 333

Wskaż odpowiedź najbliższą.

- (A) -0,40 (B) -0,42 (C) -0,44 (D) -0,46
 (E) -0,48

4. Na osobę z populacji wykładniczej z parametrem $\mu = 0,04$ wystawiono dożywotnie ubezpieczenie rentowe, wypłacające od zaraz świadczenie z roczną intensywnością 12 000 zł. Ubezpieczenie zawiera gwarancję, że nawet w przypadku śmierci wypłaty rentowe będą kontynuowane tak długo, aż nominalna suma wypłat zrówna się z nominalną wartością jednorazowej składki netto. Podaj wysokość jednorazowej składki netto w tym ubezpieczeniu przy intensywności oprocentowania $\delta = 0,05$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 120 000 (B) 132 000 (C) 144 000 (D) 156 000
(E) 168 000

5. Rozważamy polisę ciągłą ogólnego typu, wystawioną (35) wylosowanemu z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Będzie on płacił do końca życia składkę w formie życiowej renty ciągłej z odpowiednio dobraną stałą intensywnością netto \bar{P} . Jeśli umrze w wieku $35 + t$, natychmiast zostanie wypłacone świadczenie w wysokości $c(t)$. Parametry kontraktu są tak dobrane, że dla każdego $0 < t < 65$, zachodzi $\pi^r(t) = \bar{P}$. Wiadomo ponadto, że składka jednorazowa netto za to ubezpieczenie wynosi $SJN = \bar{A}_{35}$. Oblicz $t > 0$ spełniające warunek

$$c(t) = 1.$$

Techniczna intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0,03$.

Wybierz odpowiedź najbliższą.

- (A) 21,50 (B) 21,85 (C) 22,20 (D) 22,55
(E) 22,90

6. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł oraz składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia. Przy tym samym zestawie parametrów aktuarialnych wystawiono ubezpieczenie na życie (x) oraz odrębne ubezpieczenie na życie ($x+10$). Po 10 latach obydwie ubezpieczenia mają rezerwy Zillmera na koszty początkowe różniące się o 18,75 zł. Oblicz współczynnik α narzutu na koszty początkowe przyjęty do kalkulacji rezerw.

Wiadomo że:

$$A_{x+10} - A_x = A_{x+20} - A_{x+10} = \frac{1}{2}(1 - A_{x+20})$$

- (A) 2,05% (B) 2,10% (C) 2,15% (D) 2,20%
(E) 2,25%

7. Emerytura małżeńska EM dla niej (x) i dla niego (y) wypłaca według wzorca

- 36000 zł na początku każdego roku aż do pierwszej śmierci,
- potem 24000 zł na początku każdego roku, aż do drugiej śmierci,
- ponadto, na koniec roku drugiej śmierci, uposażeni dostaną jednorazowo $1/3$ składki jednorazowej netto SJN.

Składka SJN została zapłacona przez nich w chwili 0. W tej też chwili zaczyna się wypłata emerytury EM. Dane są

$$i = 4\%, \quad \ddot{a}_x = 15, \quad \ddot{a}_y = 11, \quad \ddot{a}_{x:y} = 8.$$

Oblicz SJN. Wskaż odpowiedź najbliższą.

- (A) 586 200 (B) 588 300 (C) 600 400 (D) 602 500
(E) 604 600

8. Rozważamy ciągły przypadek 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie na sumę 100 000 zł ze składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia ze stałą intensywnością \bar{P} . Ubezpieczony ma 50 lat i pochodzi z populacji de Moivre'a z parametrem $\omega = 100$. Ubezpieczyciel ocenia, że model de Moivre'a z parametrem $\omega^{(r)} = 200$ dobrze opisuje zachodzące w trakcie ubezpieczenia rezygnacje. Rezygnujący w pierwszych 5 latach ubezpieczenia nie otrzymuje żadnego zwrotu wpłaconych składek, a rezygnujący później – zwrot połowy nominalnej wartości składek wpłaconych po piątym roku ubezpieczenia.

Wyznacz intensywność rocznej składki \bar{P} dla intensywności oprocentowania $\delta = 0,05$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 4 390 (B) 4 540 (C) 4 690 (D) 4 840
(E) 4 990

9. Rozważamy następujące dwie polisy emerytalne dla pary małżeńskiej: ona (k) oraz on (m). Składki jednorazowe netto są równe i wynoszą 200000 zł.

- W przypadku polisy EM1 połowa składki funduje emeryturę dożywotnią dla niej w formie renty życiowej ciągłej z odpowiednio dobraną intensywnością netto E_k . Podobnie, druga połowa składki funduje emeryturę dożywotnią dla niego w formie renty życiowej ciągłej z odpowiednio dobraną intensywnością netto E_m .
- W przypadku polisy EM2 połowa składki ufunduje emeryturę wypłacaną w formie renty życiowej ciągłej do pierwszej śmierci z odpowiednio dobraną intensywnością netto E_{dps} . Natomiast druga połowa składki ufunduje emeryturę wypłacaną w formie renty życiowej ciągłej do drugiej śmierci z odpowiednio dobraną intensywnością netto E_{dds} .

Dane są

$$\frac{E_{dps} + E_{dds}}{E_m + E_k} = \frac{10}{9},$$

oraz

$$\frac{E_{dds}}{E_m} = \frac{5}{9}$$

Oblicz E_{dps}/E_k . Wskaż odpowiedź najbliższą.

- (A) $14/9$ (B) $16/9$ (C) 2 (D) $20/9$
(E) $22/9$

10. Rozpatrujemy plan emerytalny, w którym wiek emerytalny wynosi 67 lat, czyli

$l_{67}^{(\tau)} = 0$. Oblicz aktualną wartość przyszłych składek pięćdziesięcioletniego uczestnika planu, jeśli wiadomo, że składka w wysokości 1240 zł jest płacona w połowie każdego roku, a ponadto:

$$l_{50+t}^{(\tau)} = 34 - 2t \quad i = 5\%$$

	$\ddot{a}_{\overline{n} }$	$(I\ddot{a})_{\overline{n} }$	$(D\ddot{a})_{\overline{n} }$
n=15	10,899	77,351	97,027
n=16	11,380	85,047	108,407
n=17	12,274	92,835	120,245
n=18	12,690	100,698	132,519

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 8 064 (B) 8 138 (C) 8 212 (D) 8 284
(E) 8 358

LXIX Egzamin dla Aktuariuszy z 8 grudnia 2014 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	C	
2	A	
3	A	
4	D	
5	D	
6	E	
7	B	
8	A	
9	C	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.